

Inferencia plausible y fiabilidad estructural lógica

Alberto Solana Ortega

Vicente Solana

Grupo de Inferencia, Probabilidad y Entropía
Instituto de Física Fundamental (IFF), CSIC, Madrid

XIII Conferencia de Confiabilidad, Zaragoza, Noviembre 2011

Guión

- 1) El paradigma probabilista de la seguridad
- 2) La seguridad estructural en el marco frecuentista de la probabilidad
- 3) El marco de la probabilidad lógica
- 4) El sistema L-R
- 5) Definición del margen de seguridad. El sistema transformado M-S
- 6) La inferencia en los sistemas L-R y M-S: conceptos
- 7) El problema de inferencia: Etapas y niveles
- 8) Definición de la fiabilidad lógica
- 9) Conclusiones

1) EL PARADIGMA PROBABILISTA DE LA SEGURIDAD

Planteamiento inicial

Nivel I:

Métodos **semi-probabilistas** basados en el uso de FACTORES DE SEGURIDAD aplicados a acciones y resistencias.

Torroja y Páez (1952), Freudenthal (1968)

Planteamientos avanzados

Nivel II:

Métodos **probabilistas** que utilizan información de **segundo orden**.
Uso de INDICES DE FIABILIDAD.

Cornell (1967), Rosembueth (1972) Hasofer y Lind (1974)

Nivel III:

Métodos **probabilistas** que incorporan **información de alto orden**.

Detalles históricos: Elishakoff (2005), "Safety Factors, Friends or Foes"

Importancia del desarrollo del paradigma probabilista

El análisis probabilista de la fiabilidad FACILITA:

- La **unificación internacional** de las **bases de diseño codificado de estructuras**.
- **El desarrollo sistemático de códigos** (CEB Model Code 1990; Eurocódigos)

Las nuevas herramientas PERMITEN:

- **La determinación de la fiabilidad de sistemas estructurales de todo tipo y máxima complejidad.**
- **El uso de programas de cálculo avanzado.**

Son aspectos técnicos fundamentales que están potenciando
la globalización económica del sector de la construcción

2) LA SEGURIDAD ESTRUCTURAL EN EL MARCO DE LA PROBABILIDAD FRECUENTISTA

- Bases conceptuales y mayor parte de métodos de modelización probabilista de la seguridad basados en interpretación frecuentista:

Probabilidad= LIMITE ASINTÓTICO de la frecuencia de la ocurrencia de sucesos “supuestamente aleatorios” de conjuntos infinitos de sucesos ideales o de repeticiones bajo idénticas condiciones

- Existen **axiomáticas** que conducen a **reglas de cálculo** para **transformar o relacionar probabilidades** (reglas de la SUMA y del PRODUCTO)

Pero:

PROBLEMA FUNDAMENTAL

¿Cómo ASIGNAR EN PRIMER LUGAR las probabilidades que luego se suman o multiplican?

- No hay **axiomáticas frecuentistas para la inferencia probabilista.**
- Uso de reglas *ad-hoc* (no derivadas de axiomas):
Ej: Utilización de funciones de verosimilitud como “*probabilidades de los datos*”

Problemas básicos del análisis estadístico frecuentista

i) SELECCIÓN DE MODELOS de distribución de probabilidad

ii) VALIDACION DE LOS MODELOS inferidos a partir de la evidencia empírica de los datos observacionales y de otra información disponible de alto orden.

En el análisis de riesgo y fiabilidad de sistemas las dificultades a la hora de resolver estos problemas se magnifican debido a peculiaridades de disciplinas

CUESTIÓN ESENCIAL

Cómo seleccionar y validar los modelos cuando:

- se dispone de **muy pocos datos y escasa o nula información de fondo**
- **los sucesos de interés son de alto impacto.**

Dificultades en la modelización frecuentista de la fiabilidad

- **SENSIBILIDAD DE LAS COLAS**

Grandes variaciones de la fiabilidad con las colas de los modelos de distribución de probabilidad de acciones y resistencias.

Fuerte dependencia tanto de modelos como de datos.

- **FALTA DE MONOTONIA de la fiabilidad con los valores de los datos observacionales**

Paradójicamente, se puede obtener una mayor fiabilidad de un elemento cuando decrece uno de los valores observados de resistencias o se incrementa el valor de una acción máxima.

CONSECUENCIA de:

- Estas y otras dificultades prácticas
- Ausencia de primeros principios y axiomáticas para la inferencia y asignación frecuentista,
- Limitaciones de la interpretación y técnicas de modelización frecuentista

**NECESIDAD DE NUEVOS MARCOS DE DEFINICIÓN
DE LA PROBABILIDAD**

3) EL MARCO DE LA PROBABILIDAD LÓGICA

- Búsqueda de procedimientos de inferencia plausible desde las exigencias de la lógica.

Keynes (1921), Jeffreys (1948)

- Relevancia del análisis del lenguaje en la resolución de problemas metodológicos.

Carnap (1950)

CONCEPTO DE PROBABILIDAD LÓGICA

Se identifica con una relación de IMPLICACION PARCIAL entre evidencias y conjeturas, según dos tipos de expresiones:

- la **PLAUSIBILIDAD** expresa la relación **cualitativamente**
- la **PROBABILIDAD** expresa la relación **cuantitativamente**.

Se considera ineludible establecer unos primeros principios como soporte de razonamiento inductivo o plausible

Avances propios en la inferencia lógica probabilista basada en datos

PROPUESTA DE CANON DE INFERENCIA PLAUSIBLE

Conjunto de requisitos de RACIONALIDAD Y MORALIDAD que debe satisfacer cualquier teoría de inferencia científica:

- R. 1 Exactitud semántica de los lenguajes.
- R. 2 Explicitud de las evidencias y conjeturas.
- R. 3 Definición de la plausibilidad como una función proposicional binaria.
- R. 4 Correspondencia con los esquemas comparativos del razonamiento plausible (modus ponens, modus tollens, esquemas de Pólya).
- R. 5 Autoconsistencia lógica o invarianza.
- R. 6 Consistencia evidencial.
- R. 7 Universalidad con respecto a los lenguajes y sus interpretaciones.

(Detallados en XII Conferencia AEC de Confiabilidad, Cádiz, 2010)

NUEVOS LENGUAJES DE LÓGICA PLAUSIBLE CON DATOS

Incorporan explícitamente los **datos observacionales** como parte de las evidencias.

No contemplados previamente en el marco de la probabilidad lógica.

NUEVO PROCEDIMIENTO REF DE INFERENCIA PROBABLE

Basado en concepto de **entropía informativa**

Permite resolver los problemas de representación consistente de evidencias, selección de modelos probabilistas y su validación.

OBJETIVOS

- A. FORMULACION DE LA FIABILIDAD en el marco de la probabilidad lógica con datos de observaciones factuales.
- B. REINTERPRETACION de los métodos de cálculo y diseño codificado de estructuras con datos observacionales.

4) EL SISTEMA L-R

SISTEMA ACCIONES DEL MEDIO - RESISTENCIA DE LA ESTRUCTURA

Otras denominaciones: "CARGA-RESISTENCIA" (Load-Resistance)

"TENSIÓN-RESISTENCIA" (Stress-Strength)

No es el sistema mecánico resistente sino la **conjunción de la estructura y las diversas acciones del medio en que se ubica.**

Formalmente combina las cantidades inciertas observables correspondientes a las magnitudes físicas "acciones del medio" y "resistencias de los elementos de la estructura".

Por sencillez, estudiaremos el **SISTEMA ELEMENTAL L-R**, combinación de dos cantidades inciertas:

- una única acción representativa del medio, L.
- una sola resistencia característica de la estructura, R.

Elementos del lenguaje

La exactitud semántica IMPLICA la doble distinción:

- entre lo ACTUAL y lo POTENCIAL y
- entre lo CONOCIDO y lo INCIERTO.

Tres entidades básicas:

- Observaciones potenciales posibles:

Valores posibles ORDENADOS de las magnitudes L, (l_1, l_2, \dots) , y R, (r_1, r_2, \dots)

representados por $\{l, r\}$

- Observaciones potenciales inciertas:

Valores indefinidos cuya ORDENACION ES DESCONOCIDA

representados por $\{L, R\}$

- Observaciones actuales:

Conjuntos de valores posibles ordenados de acciones y resistencias efectivamente MEDIDOS

representados por $D_l = \{l_{k_l}^{obs}\}, k_l = 1, 2, \dots, n_l$

$D_r = \{r_{k_r}^{obs}\}, k_r = 1, 2, \dots, n_r$

Formación de evidencias

Dos tipos de evidencias conjuntas:

- **Evidencia contextual:** e_{lr}
Enuncia TODAS LAS MANERAS en que las observaciones potenciales **inciertas** L y R pueden ordenarse con respecto a las observaciones potenciales **posibles** $\{l, r\}$, teniendo en cuenta su estructura vectorial de pares ordenados.
- **Evidencia contexto-factual:** (D_l, D_r, e_{lr})
Corresponde a la DOBLE ESTRUCTURA lógica constituida por:
 - la estructura vectorial de la evidencia contextual conjunta e_{lr} y
 - la partición que inducen separadamente en las evidencias marginales e_l y e_r los respectivos datos observacionales D_l y D_r

Representación separada de los datos

El sistema L-R es OBSERVACIONALMENTE SEPARABLE:

- Los datos de la acción y la resistencia se representan e incorporan separadamente, a través del producto con la evidencia contextual: (D_l, D_r, e_{lr})
- No hay agrupamiento de los datos en la forma de pares $D_{lr} = \{l_k^{obs}, r_k^{obs}\}, k = 1, 2, \dots, n$
- No hay SIMULTANEIDAD en la obtención de las observaciones empíricas de L y de R a través de los procedimientos y dispositivos de medida.
- En general, el número de datos de L será distinto que el de R.

NO CABE UNA REPRESENTACION VECTORIAL DE LOS DATOS

5) EL SISTEMA TRANSFORMADO M-S

Definición del concepto de SEGURIDAD

Mediante una transformación matemática conforme, convertimos el sistema L-R en un nuevo sistema M-S compuesto por dos cantidades inciertas INOBSERVABLES:

- M es la cantidad incierta “**MARGEN DE SEGURIDAD**”.
Así denominada para evitar confusión con otros usos de la seguridad.
- S es una cantidad incierta complementaria, **usualmente no considerada**.
Describe la “dimensión del sistema”

Las cantidades L y R se transforman en el par de cantidades M y S mediante dos funciones **monótonas e invertibles**.

Se proponen las expresiones lineales más simples:

$$M = R - L$$

$$S = (L + R) / 2$$

M corresponde a la expresión clásica en teoría de la fiabilidad utilizada por Torroja y Freudenthal.

Para un mismo margen de seguridad M, S distingue p. ej. situaciones en que la acción del medio y la resistencia son grandes, de aquellas en que ambas son pequeñas.

Elementos que se transforman

- Los valores de las observaciones potenciales posibles $\{l, r\}$ se convierten en los valores de las observaciones potenciales posibles $\{m, s\}$.
- Las observaciones potenciales inciertas $\{L, R\}$ se transforman en las observaciones potenciales inciertas $\{M, S\}$.

Elementos que NO se transforman

La transformación anterior NO ES APLICABLE a las **observaciones actuales** expresadas como **datos observacionales**, sino únicamente a las **observaciones potenciales** (posibles e inciertas).

El número de datos de L difiere en general del número de datos de R, por lo que **no pueden calcularse datos transformados para M o S.**

Las cantidades inciertas transformadas del sistema {M,S} SON INOBSERVABLES:
No se consideran datos factuales asociados a dichas cantidades

6) INFERENCIA PROBABLE: CONCEPTOS

SISTEMA L-R

Plausibilidades lógicas: Grados de **certeza** o **contenidos relativos de evidencia** de las oraciones $L < l$ y $R < r$ respecto a las evidencias del sistema L-R:

- respecto a la **evidencia contextual**,
plausibilidades conjuntas de referencia $(L \leq l, R \leq r | e_{lr})$
- respecto a la **evidencia contexto-factual**,
plausibilidades conjuntas inferidas $(L \leq l, R \leq r | D_l, D_r, e_{lr})$

Probabilidades lógicas: Valores numéricos escalados de 0 a 1 asignados a las plausibilidades del sistema L-R. Expresados por:

- La distribución de probabilidad de referencia:

$$P(l, r | e_{lr}) = \Pr[L \leq l, R \leq r | e_{lr}]$$

- La distribución de probabilidad inferida:

$$Q(l, r | e_{lr}) = \Pr[L \leq l, R \leq r | D_l, D_r, e_{lr}]$$

SISTEMA M-S

Plausibilidades lógicas: Grados de **certeza** o **contenidos relativos de evidencia** de las oraciones $M < m$ y $S < s$ respecto a la evidencia contextual del sistema M-S:

- plausibilidades conjuntas de referencia $(M \leq m, S \leq s | e_{ms})$
- plausibilidades marginales de referencia $(M \leq m | e_{ms})$ y $(S \leq s | e_{ms})$

Probabilidades lógicas: Valores numéricos escalados de 0 a 1 asignados a las plausibilidades del sistema M-S. Expresados por:

- La distribución de probabilidad conjunta de referencia:

$$P(m, s | e_{ms}) = \Pr[M \leq m, S \leq s | e_{ms}]$$

- Las distribuciones de probabilidad marginales de referencia:

$$P(m | e_{ms}) = \Pr[M \leq m | e_{ms}]$$

$$P(s | e_{ms}) = \Pr[S \leq s | e_{ms}]$$

- Como las cantidades inciertas M y S son **INOBSERVABLES**, las plausibilidades y probabilidades están limitadas a la definición de la evidencia contextual.
- Sólo hay distribuciones de referencia en el sistema transformado.
- Las distribuciones de referencia para M-S están ligadas a las distribuciones de referencia para L-R a través de la convolución.

7) INFERENCIA: ETAPAS Y NIVELES

PROBLEMA DE INFERENCIA PLAUSIBLE CON DATOS

Por **consistencia evidencial con la dualidad de evidencias**, consiste en:

*La selección de un **par de distribuciones conjuntas de referencia e inferida** asociadas a las plausibilidades de las conjeturas simples $L < l$ y $R < r$, respecto al **par de evidencias contextual y contexto-factual** $\{e_{lr}; (D_l, D_r, e_{lr})\}$.*

La selección debe ser máximamente **consistente**, de acuerdo con el **canon de inferencia** (invarianza, universalidad)

Simbólicamente, dado un espacio de distribuciones de referencia candidatas:

$$\{P^*(l, r | e_{lr}); Q^*(l, r | D_l, D_r, e_{lr})\} = g[\{e_{lr}; (D_l, D_r, e_{lr})\}]$$

(el símbolo “ * ” distingue las distribuciones finalmente seleccionadas)

La distribución de referencia conjunta **resultante** para el sistema **M-S**, $P^*(m, s | e_{ms})$, se obtiene entonces por convolución, a partir de la distribución de referencia **final** para **L-R**, $P^*(l, r | e_{lr})$.

ETAPAS

Primera: CODIFICACION **elemental directa** de los **datos observacionales** en un conjunto de probabilidades **inferidas**.

Expresa lo que la evidencia contexto-factual dice acerca de las conjeturas

$L \leq l_{k_l}^{obs}$, $k_l = 1, 2, \dots, n_l$ y $R \leq r_{k_r}^{obs}$, $k_r = 1, 2, \dots, n_r$ que relacionan las observaciones potenciales inciertas con los valores de los datos.

Segunda: CODIFICACION **indirecta completa** de lo que las evidencias contextual y contexto- factual dicen acerca de **todas** las conjeturas.

NIVELES

- Nivel intermedio: Selección de una distribución inferida $\hat{Q}(l, r | D_l, D_r, e_{lr})$ dada la codificación elemental anterior de los datos y una distribución genérica $P(l, r | e_{lr})$ de un espacio de distribuciones de referencia.
- Nivel último: Selecciona una distribución de referencia óptima $P^*(l, r | e_{lr})$ del espacio de distribuciones de referencia candidatas y la distribución inferida correspondiente $Q^*(l, r | D_l, D_r, e_{lr})$ que completa el par solución.

8) DEFINICIÓN DE LA FIABILIDAD LÓGICA

FIABILIDAD LÓGICA CUALITATIVA

Plausibilidad de referencia marginal o contenido relativo de evidencia de la oración $M > 0$ que expresa la positividad de la observación potencial incierta del margen de seguridad (supervivencia de la estructura), condicionada por la evidencia **contextual** e_{ms} del sistema M-S, transformada de la evidencia contextual e_{lr} .

FIABILIDAD LÓGICA CUANTITATIVA

Probabilidad marginal de **referencia** correspondiente a la **asignación** de valores numéricos a la plausibilidad cualitativa anterior:

$$f_p = 1 - P(0 | e_{ms}) = \Pr[M > 0 | e_{ms}]$$

NO ES POSIBLE DEFINIR una fiabilidad inferida ni cualitativa ni cuantitativamente, porque en el sistema transformado M-S las plausibilidades son sólo de referencia, relativas exclusivamente a evidencias contextuales

9) CONCLUSIONES

1. Se presenta la formulación en el marco de la probabilidad lógica del problema de inferencia sobre el sistema L-R, formado por dos cantidades inciertas asociadas a las dos magnitudes físicas **observacionalmente separadas** “acción del medio” y “resistencia de una estructura”.
2. Se introducen las plausibilidades lógicas de referencia e inferidas relativas a los dos tipos básicos de evidencias, **contextual y contexto-factual**. Las probabilidades se definen como los valores numéricos asignados a dichas plausibilidades, y se expresan como pares de distribuciones conjuntas de referencia e inferida.
3. Con el fin de construir lógicamente la seguridad, se considera la transformación del sistema **observable** L-R en otro **inobservable** M-S, en el cual M representa el margen de seguridad y S caracteriza complementariamente el tamaño del sistema. Sólo son transformables los elementos **potenciales**, NO LOS ACTUALES (DATOS), y por tanto sólo las plausibilidades y probabilidades **de referencia**.
4. Se proponen definiciones cualitativa y cuantitativa de la fiabilidad lógica, entendida como la plausibilidad o la probabilidad marginal de referencia de la conjetura $M > 0$ (positividad del margen de seguridad) respecto a la evidencia contextual del sistema transformado M-S.

5. En la inferencia de la fiabilidad lógica del sistema L-R la información de los datos observacionales se tiene en cuenta de manera indirecta, a través de la selección acoplada de la **distribución de referencia óptima**, que depende a su vez de la selección de una **distribución inferida** que mejor codifica la evidencia contexto-factual disponible. A partir de las marginales de dicha distribución de referencia se obtienen entonces las distribuciones marginales de referencia del sistema transformado M-S.
6. La formulación presentada permite el uso de los modelos probabilistas de acciones y resistencias establecidos en los códigos de diseño de estructuras, entendidos como modelos definitorios de espacios de distribuciones de referencia candidatas para L y R.
7. La misma formulación lógica de la fiabilidad puede ser aplicada al diseño basado en experimentos de elementos estructurales, mediante la selección de la distribución inicial de referencia de **espacios generales** más amplios de distribuciones de probabilidad candidatas, **paramétricos o no paramétricos**.