UTILIZACIÓN DE LA MEDIANA EL LUGAR DEL MTTF EN EL MODELO DE WEIBULL

Eduardo Nogueira Díaz

Antonio Fernández Fernández

Universidad Politécnica Madrid – Departamento Electrónica Física - E.U.I.T de Telecomunicación

INTRODUCCIÓN

- La distribución de Weibull (1951) se aplica en muchos fenómenos aleatorios.
- El área principal de aplicación es como modelo para el tiempo de fallo de componentes y sistemas electrónicos y mecánicos, en el campo de la fiabilidad.
- Uno de los descriptores de centralización más utilizados tradicionalmente para caracterizar una población de dispositivos con fallo no reparable es el MTTF (Mean Time To Fail).
- En el presente trabajo se discute su utilidad en comparación con otro descriptor menos utilizado como es la mediana (percentil 50%)

DISTRIBUCIÓN DE WIEBULL

- Su función distribución es:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}$$

- La función densidad

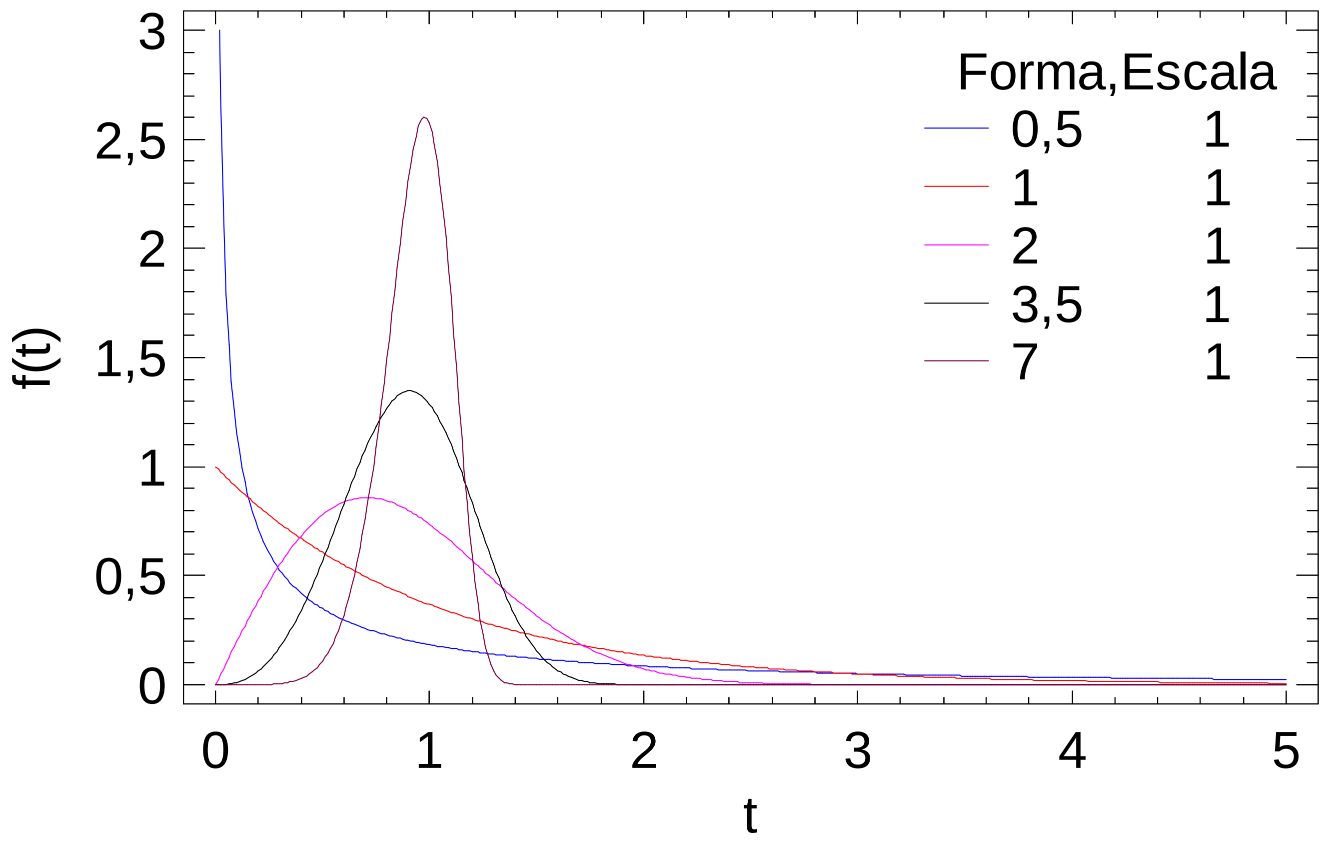
$$f(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}$$

- Siendo:
  - γ - parámetro de origen, define el punto de partida u origen de la distribución. Sólo se considera si t >= η.
  - η - parámetro de escala o vida característica
  - ß - parámetro de forma

DISTRIBUCIÓN DE WIEBULL

- Si $\beta < 1$ la función densidad es decreciente como ocurre en el periodo infantil de la curva de bañera.
- Si $\beta = 1$ nos encontramos que la distribución de Weibull es igual a la exponencial.
- Si $\beta > 1$ nos encontramos con una función de degradación cuyo nivel de variación con el tiempo es mas rápido que una exponencial. Describe bien el período de envejecimiento de la curva bañera. Para $\beta = 3{,}44$ se aproxima a una normal.

DISTRIBUCIÓN DE WIEBULL



MEDIANA, MTTF

- La mediana es el percentil 50%

$$t_{50\%} = \eta\left[-\ln(1-P)\right]^{\frac{1}{\beta}} = \eta\left[-\ln(1-0,5)\right]^{\frac{1}{\beta}} = \eta\left[\ln 2\right]^{\frac{1}{\beta}}$$

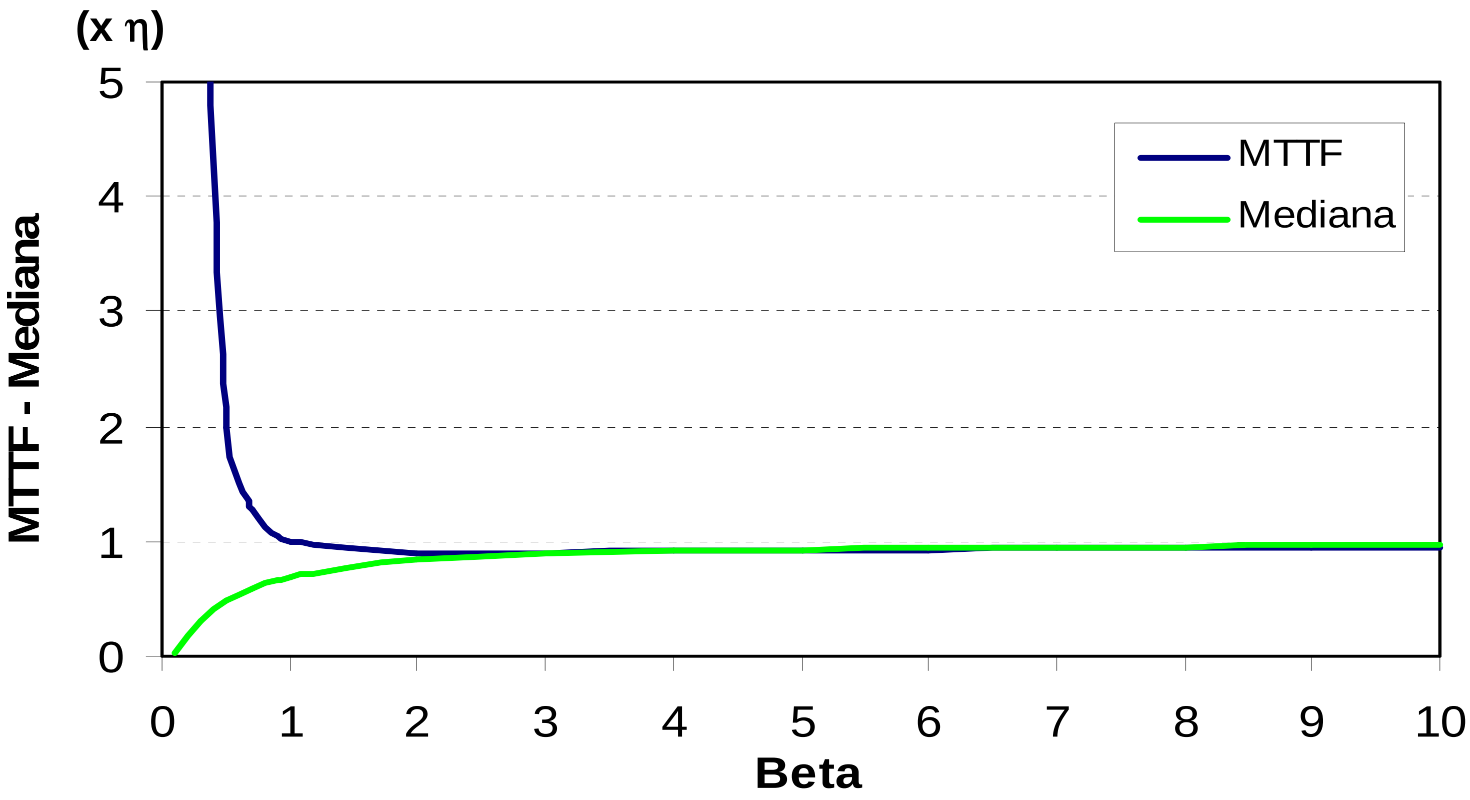
$$F(t_{50\%}) = 1 - e^{-\left(\left[\frac{\eta\left[-\ln(0,5)\right]^{\frac{1}{\beta}}}{\eta}\right]\right)^{\beta}} = 1 - e^{[\ln(0,5)]} = 50\%$$

- MTTF

$$MTTF = \int_0^\infty e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}} dt = \eta\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]$$

$$F(MTTF) = 1 - e^{-\left(\frac{\eta\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]}{\eta}\right)^{\beta}} = 1 - e^{-\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]^{\beta}}$$

MEDIANA, MTTF

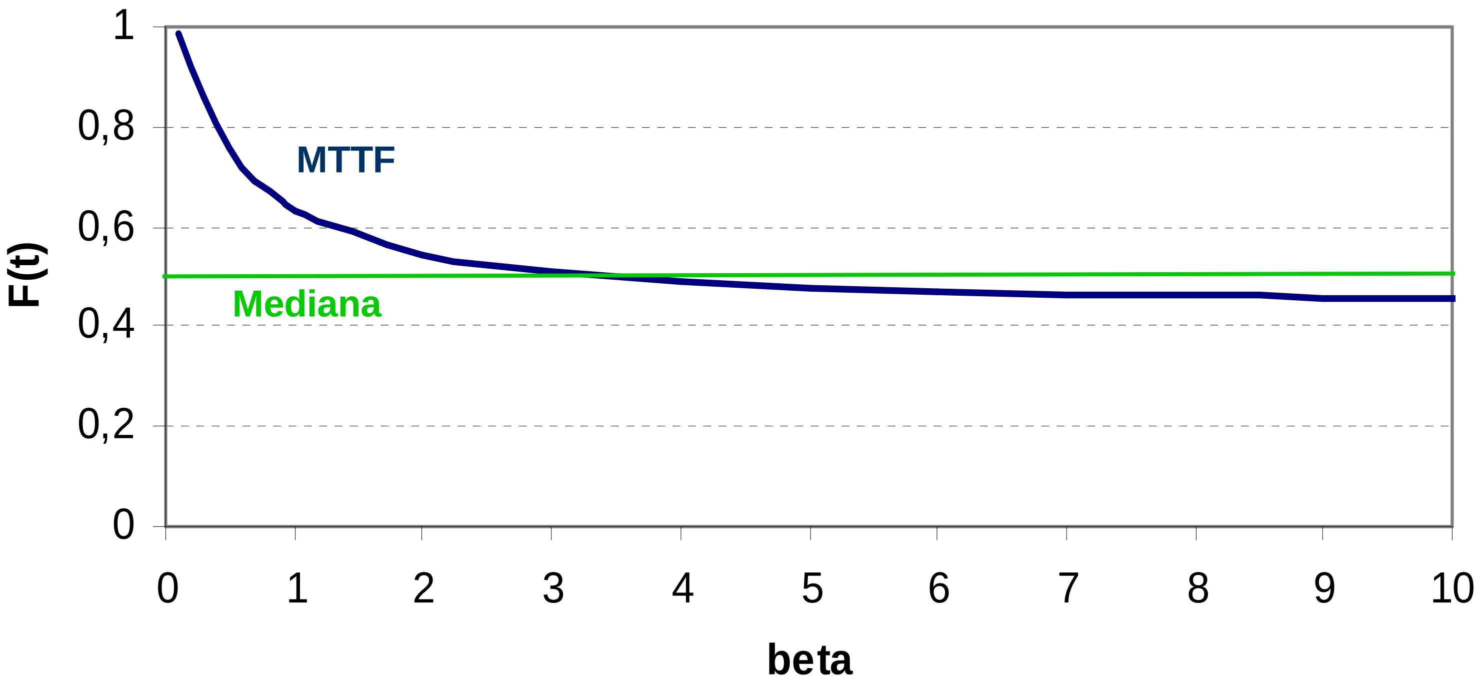


MEDIANA, MTTF

- Para valores de beta inferiores a 3,44 (valor para el cual la curva de Weibull se aproxima a una normal y por tanto el MTTF y la mediana coinciden) el valor del MTTF es superior a la media y por tanto el valor de la función distribución para un tiempo igual al MTTF será superior al valor de la función distribución para un valor del tiempo igual a la mediana que será del 50%.
- Para valores de beta superiores a 3,44 el valor del MTTF es inferior a la media y por tanto el valor de la función distribución para un tiempo igual al MTTF será inferior al valor de la función distribución para un valor del tiempo igual a la mediana.
- Como consecuencia de lo citado en párrafos anteriores, vemos que el valor del la función distribución F(t) para un tiempo igual al MTTF no es constante, y por tanto no tiene un significado concreto en cuanto a representar un porcentaje de fallos fijo,

MEDIANA, MTTF

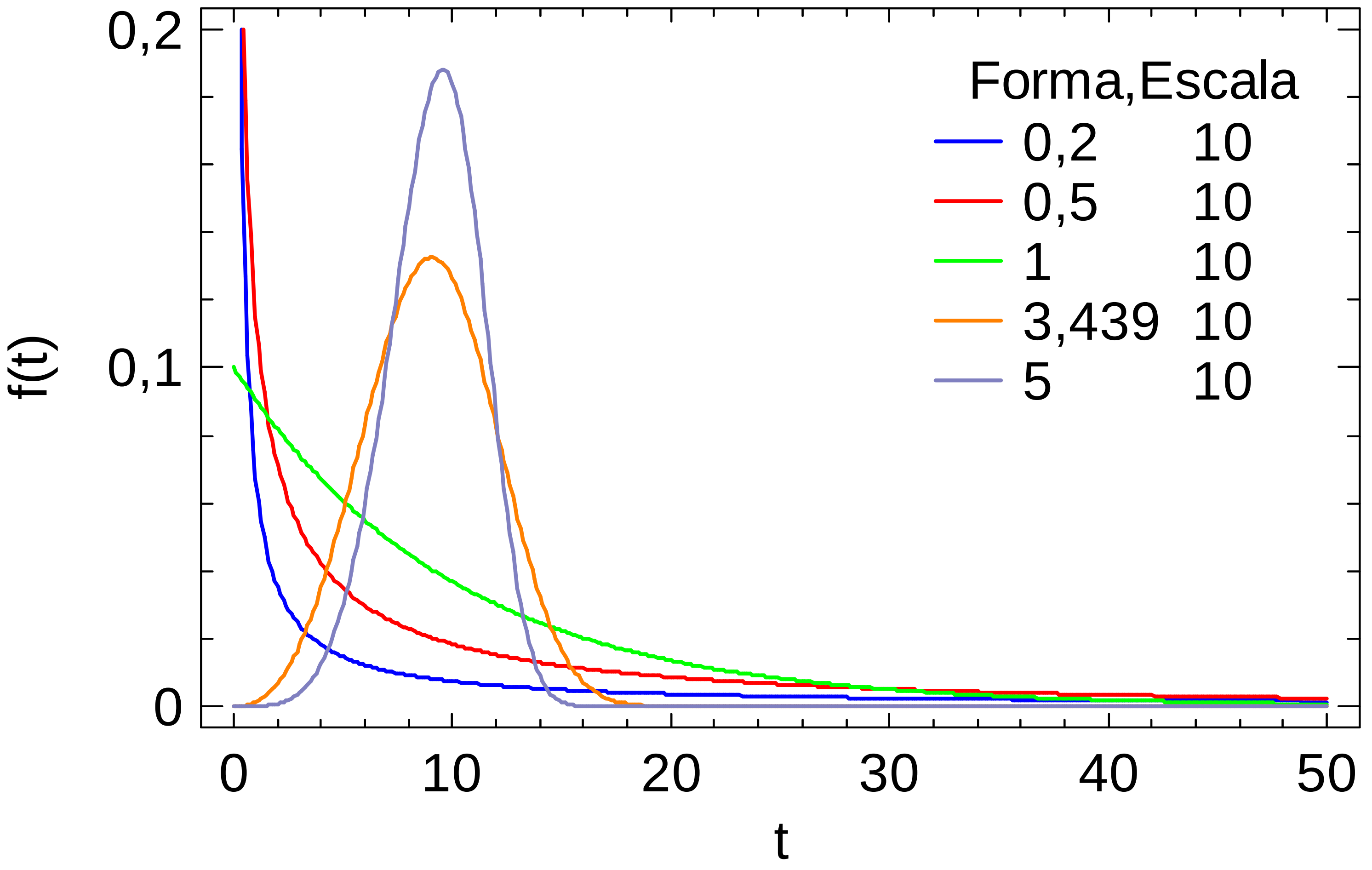
- Para valores de beta muy grandes F(MTTF) tiende a 0,4296 y no al 0,63 como suele pensarse.



EJEMPLO

Beta	Vida caracte -rística	MTTF	F(MTTF)	MEDIANA	F(MEDIANA)
0,2	10	1.200,00	92,61%	1,60	50,00%
0,5	10	20,00	75,69%	4,80	50,00%
1	10	10,00	63,21%	6,93	50,00%
2	10	8,86	54,41%	8,33	50,00%
3,439	*10*	*8,989*	*50,00%*	*8,989*	*50,00%*
5	10	9,18	47,93%	9,29	50,00%

EJEMPLO



0,2
0,1
0
f(t)
0
10
20
30
40
50
t
Forma,Escala
0,2 10
0,5 10
1 10
3,439 10
5 10

CONCLUSIÓN

- A la vista de lo comentado resulta mejor descriptor de centralización de la función de Weibull la mediana que la media (MTTF), tanto para betas menores que la unidad, en cuyo caso la función distribución toma valores muy diferente dependiendo del valor de beta, como para beta mayores que uno en cuyo caso las variaciones son menores.