MÉTODOS ANALÍTICO-MATRICIALES EN EL AJUSTE DE TIEMPOS OBSERVADOS DE FALLO

Rafael Pérez Ocón
Catedrático de Universidad
Departamento de Estadística e I.O.
Universidad de Granada

María del Carmen Segovia García
Becaria Postdoctoral
Universidad Libre de Bruselas

EXPERIENCIA PRÁCTICA

- **Fiabilidad y mantenimiento de sistemas**
  - Modelos de tiempos de fallo
  - Análisis de datos de tiempos de fallo
  - Ajustes de distribuciones
  - Modelos de choque y desgaste
- **Métodos analítico-matriciales**
  - Distribuciones tipo-fase
  - Procesos de llegadas Markovianos

ÍNDICE

- Introducción: Datos de tiempos de fallo
- Ajustes de datos de tiempos de fallo
  - Distribuciones Weibull
  - Distribuciones tipo-fase
- Estudio de la bondad del ajuste
- Comparación de los diversos ajustes
- Conclusiones
- Trabajos futuros

DATOS DE TIEMPOS DE FALLO

- Se supone que se comportan de forma similar.
- Se anotan los tiempos de fallo y de reparación.
- Hay una gran diferencia entre la duración de los tiempos de fallo y los de reparación.
- La observación se hace durante un período de dos años.

MUESTRA SELECCIONADA

- Es un ensayo previo sobre cuatro componentes.
- Estas componentes son las que han fallado más veces durante el período de observación.
- Identificación de las componentes estudiadas

C756, C847, C870, C915

TRABAJO REALIZADO

- Se ajustan distribuciones Weibull y tipo-fase a cada una de estas componentes.
- Se estudia la bondad de los ajustes.
- Se comparan los ajustes analítica y gráficamente
- Se agrupan datos y se comparan con los resultados anteriores.
- Se obtienen conclusiones sobre los ajustes.
- Se presentan los trabajos futuros.

DISTRIBUCIÓN WEIBULL (C915)

- Se considera la componente C915.
- Se observa un total de 42 tiempos de fallo.

- La fd Weibull W(λ,β) tiene la expresión

$$F(t) = 1 - exp\left[-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\beta}\right], \quad t \geq 0$$

- La tasa de fallo es de la forma

$$h(t) = \frac{\beta}{\lambda}\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\beta-1}$$

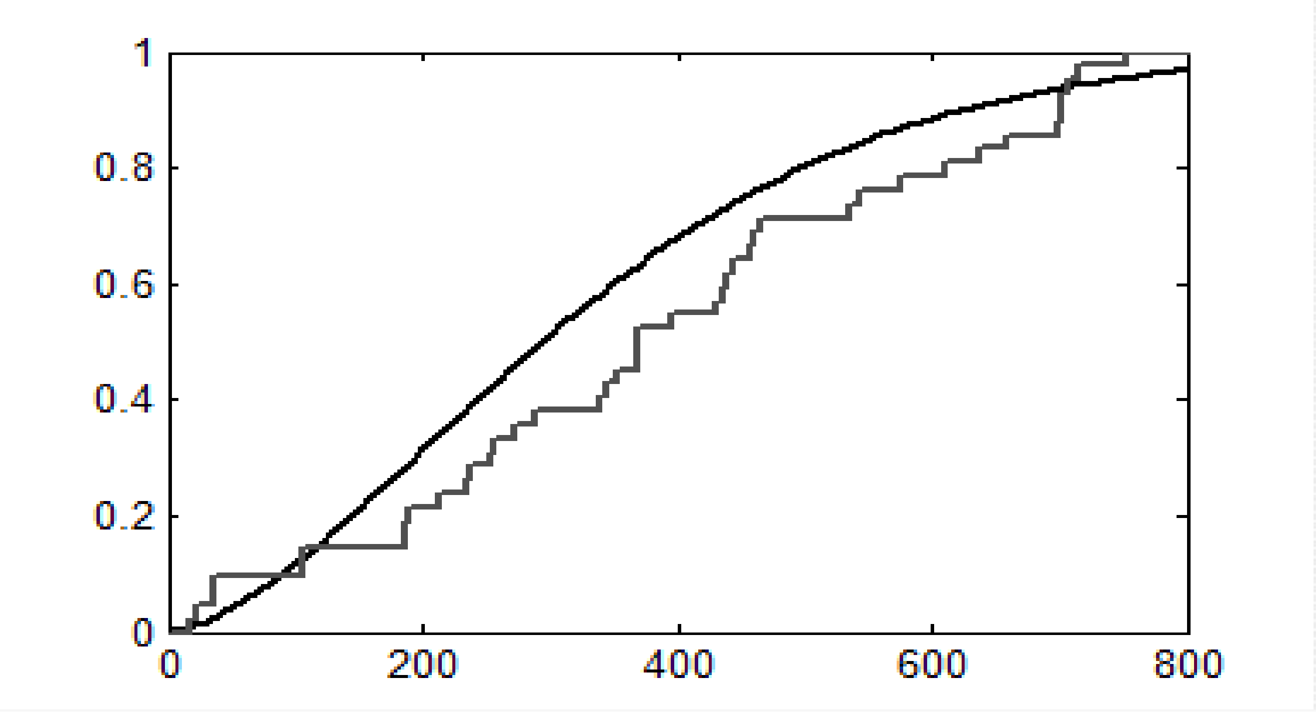
ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

- El método de estimación empleado es el de máxima-verosimilitud.
- Los parámetros estimados son

$$\beta = 1.5943,\ \lambda = 369.1368$$

- El hecho de ser $\beta > 1$ indica que la tasa de fallo es creciente.

FUNCIÓN DE SUPERVIVENCIA



Función escalonada: distribución empírica
Función continua: distribución Weibull ajustada

BONDAD DEL AJUSTE

- Test de Kolmogorov-Smirnov
- Se acepta el ajuste a un nivel de significación del 1%.
- Valor del test $D_{0.99} = 0.2515 > 0.22516$ valor experimental.
- El valor experimental mide la máxima distancia entre las distribuciones empírica y ajustada.
- No se acepta el ajuste a un nivel de significación del 5%.

DISTRIBUCIÓN TIPO-FASE (PH)

- Se considera la componente C915.
- La fd PH(α,T) tiene la expresión

$$F(t) = 1 - \alpha \exp(Tt) e, t \geq 0.$$

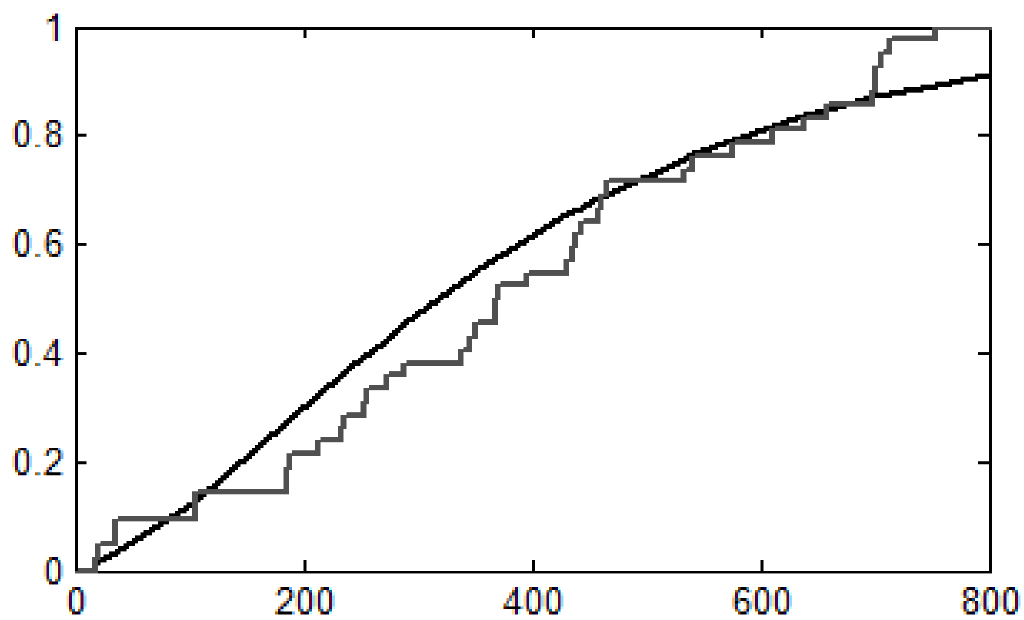
- T es una matriz cuadrada de un orden dado.
- α es un vector fila del mismo orden que T.
- Dicho orden es el orden de la distribución PH.

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

- El orden de la matriz es variable.
- Se aplica un programa informático: EMpht (Asmussen et al. 1996)
- El número de fases se suele tomar como el menor posible (Aldous & Shepp, 1987).
- Se ajusta la distribución de orden 2.
- Los matrices parámetricas estimadas son:

$$\alpha = (0.8996, 0, 104), \quad T = \begin{pmatrix} -0.0049 & 0.0048 \\ 0 & 0.0049 \end{pmatrix}$$

FUNCIÓN DE SUPERVIVENCIA



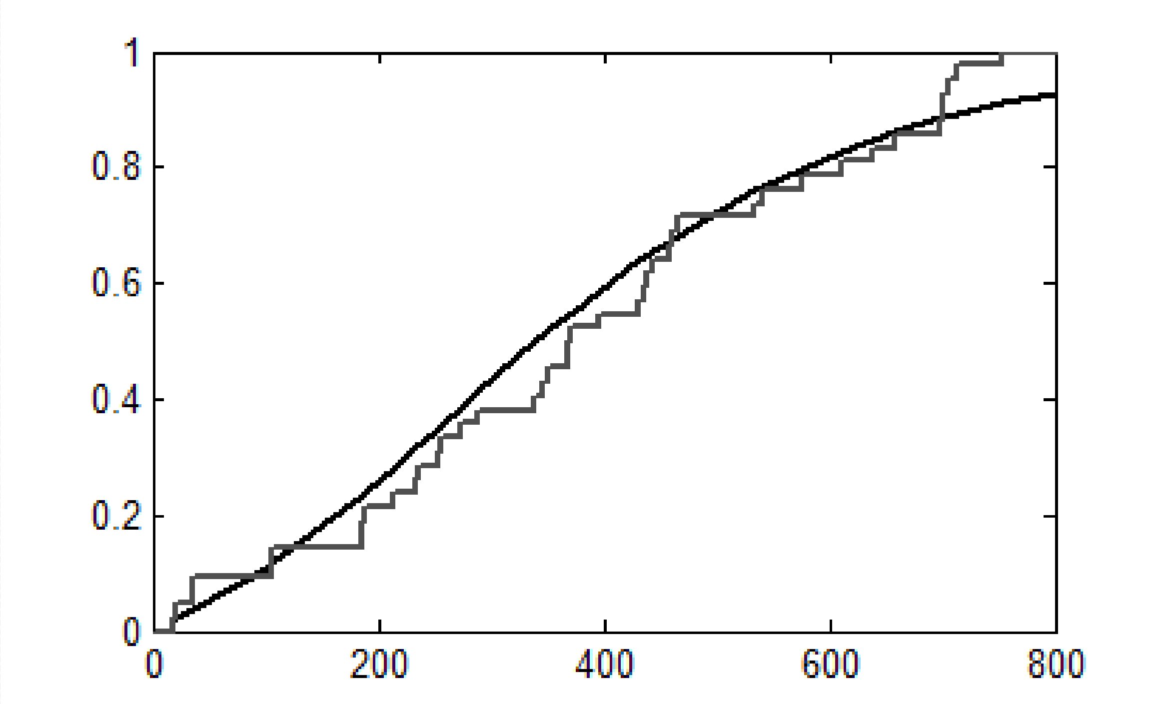
- Se acepta el ajuste a un nivel de significación del 5%
- Valor experimental = 0.17318 < 0.2098 = $D_{0.95}$

DISTRIBUCION TIPO-FASE: ORDEN 3

- Se trata de mejorar el ajuste.
- Al aumentar el orden los cálculos son más complejos.
- Las matrices paramétricas son

$$\alpha = (0,1,0), \quad T = \begin{pmatrix} -0.0664 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0079 & 0.00672 \\ 0.00664 & 0 & -0.0664 \end{pmatrix}$$

FUNCIÓN DE SUPERVIVENCIA

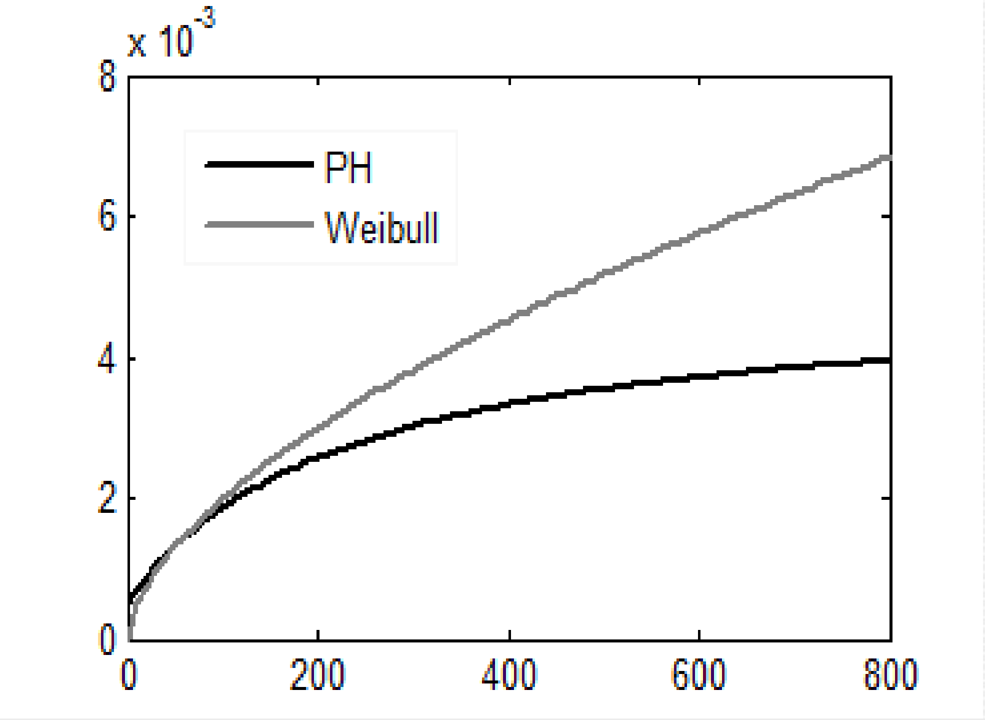


Se acepta el ajuste a un nivel de significación del 5%

Valor experimental = 0.14045 < 0.2098 = $D_{0.95}$

TASAS DE FALLO

- Se representan las tasas de fallo de las distribuciones Weibull y PH de orden 3.



DISCUSION

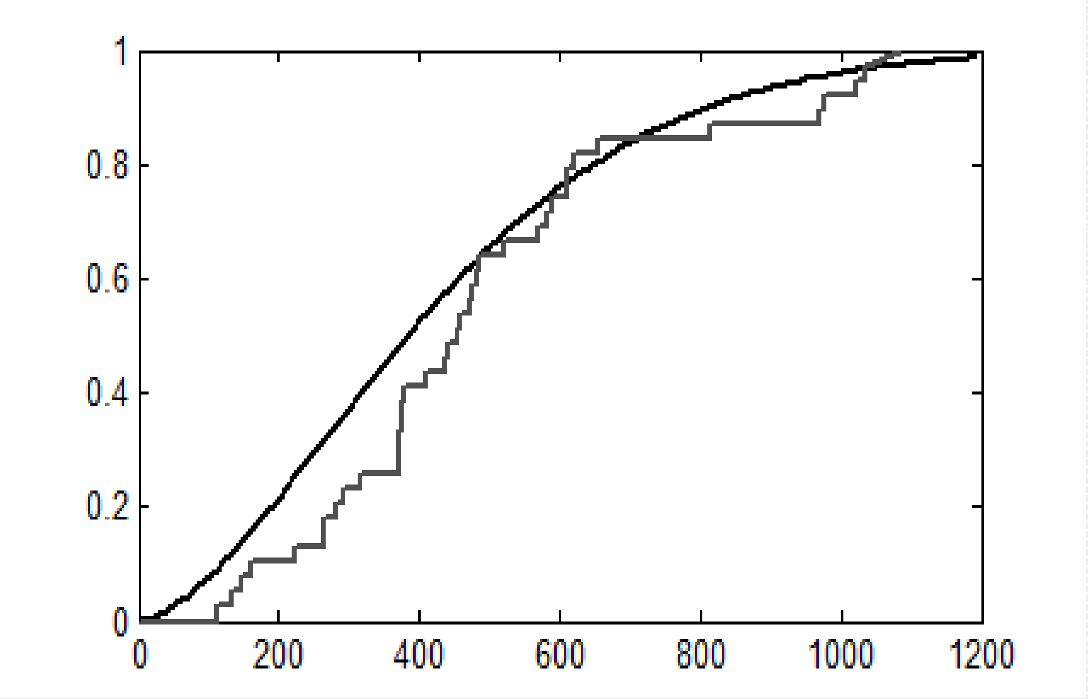
- Parece que la distribución que mejor se ajusta es la distribución PH de orden 3.
- Se advierte que las tasas de fallo son distintas.
- El test de ajuste de K-S de los datos a las tasas de fallo se rechaza.
- La razón del rechazo parece ser que es el pequeño número de datos.
- Esto se volverá a tratar al final de la exposición.

DISTRIBUCIÓN WEIBULL (C847)

- Se considera la componente C847.
- Se observa un total de 39 tiempos de fallo.
- El estudio que se hace es idéntico al que se ha hecho con la anterior componente.
- Los parámetros estimados de la distribución Weibull son

$$\beta = 1.6008, \lambda = 480.8748$$

FUNCIÓN DE SUPERVIVENCIA



Se acepta el ajuste al nivel del 1%, $D_{0.99} = 0.2610 > 0.2256$
No se acepta al nivel del 5% ($D_{0.95} = 0.2178$).

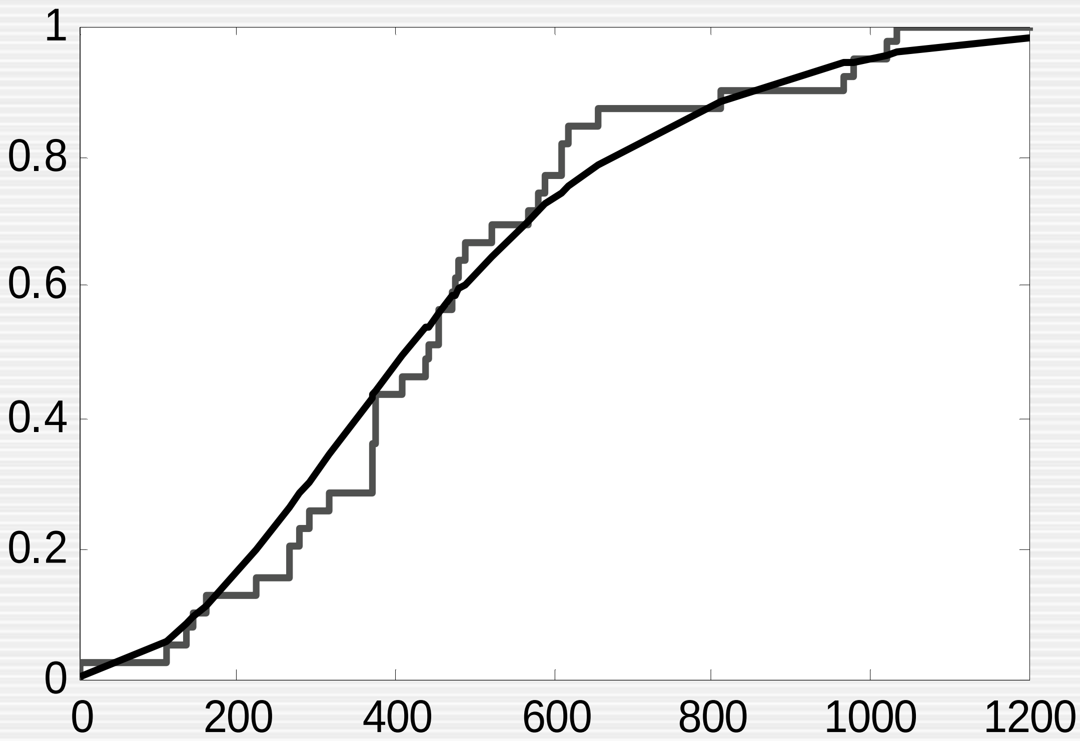
DISTRIBUCIÓN PH DE ORDEN 3

$$\alpha = (0,1,0), \quad T = \begin{pmatrix} -0.0060 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0067 & 0.0064 \\ 0.0060 & 0 & -0.00664 \end{pmatrix}$$

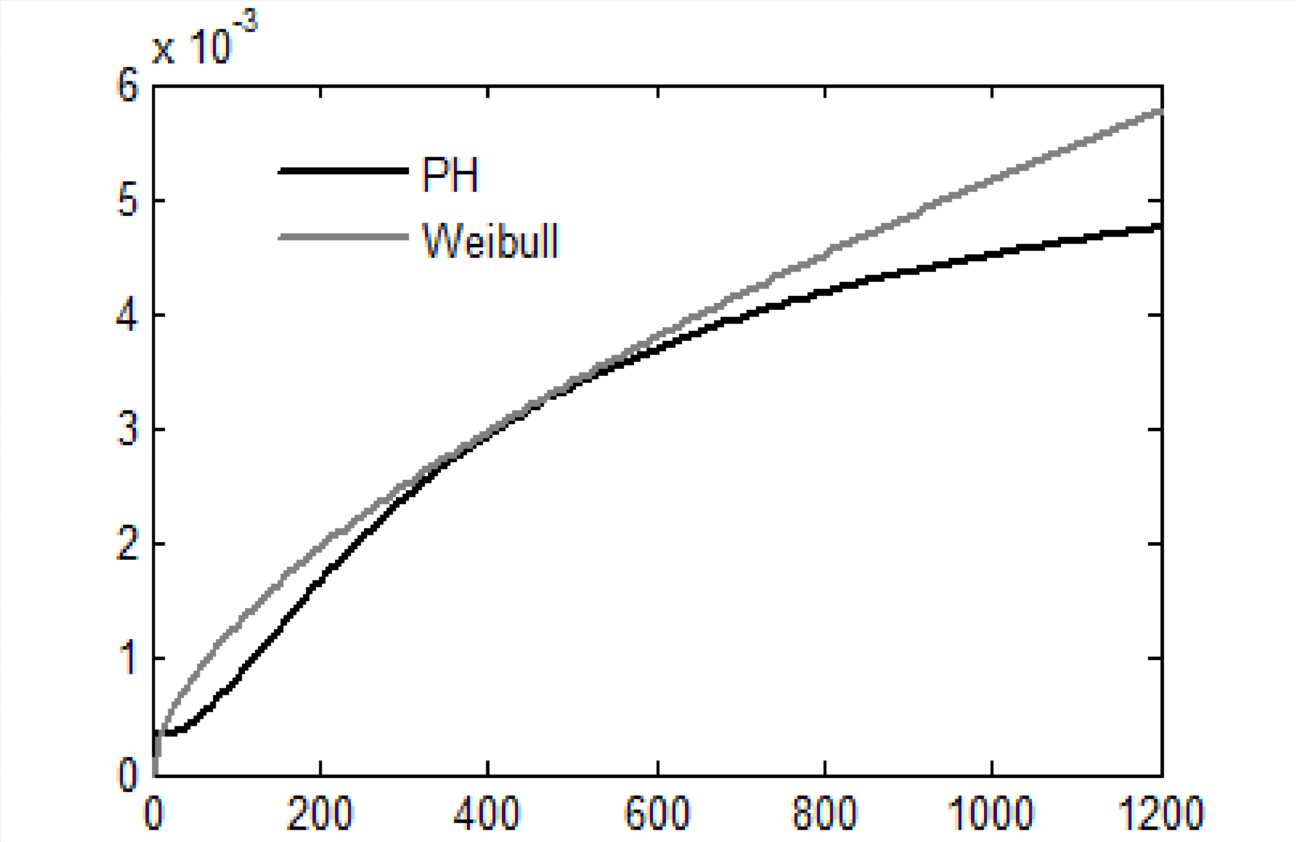
Se acepta el ajuste a un nivel de significación del 5%, ya que, $D_{0.95}=0.2178 > 0.17503 =$ valor experimental.

Con respecto a las tasas de fallo valen los comentarios del ajuste anterior.

FUNCIÓN DE SUPERVIVENCIA



TASAS DE FALLO



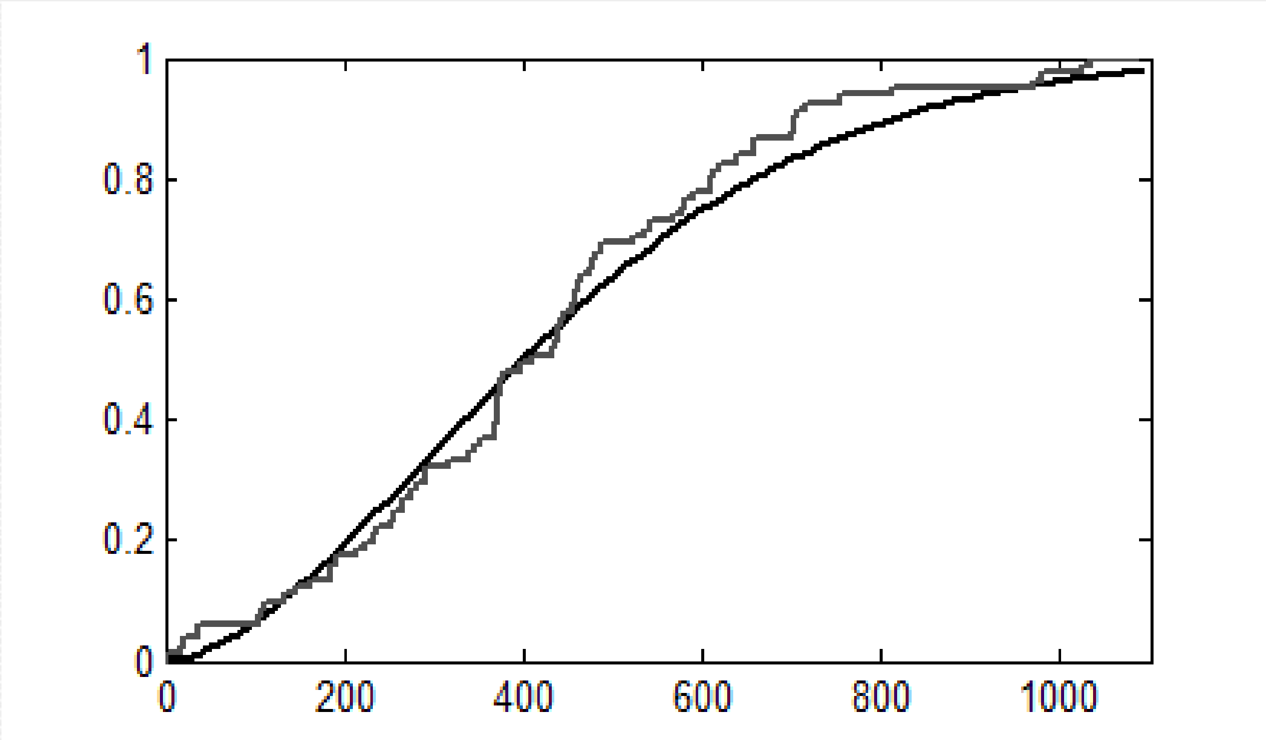
MUESTRA CONJUNTA C915-C847

- Se considera que las dos componentes son idénticas
- El total de fallos observados es de 81.
- La distribución Weibull ajustada tiene parámetros

$$\beta = 1.6849, \lambda = 496.1793$$

- En este caso, el test de Kolmogorov-Smirnov nos indica que se acepta el ajuste a un nivel del 5%, el valor experimental es de $0.15770 < D_{0.95} = 0.15111$.

FUNCIÓN DE SUPERVIVENCIA



Función escalonada: distribución empírica
Función continua: distribución Weibull ajustada

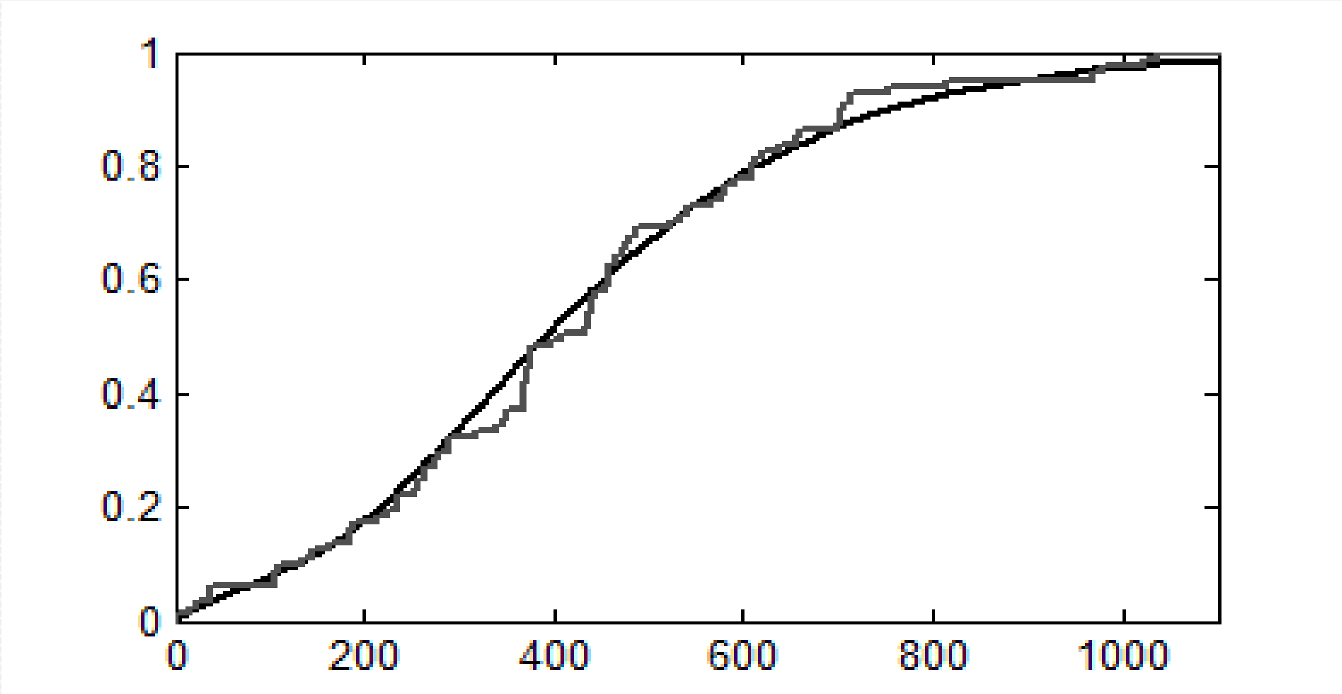
DISTRIBUCIÓN PH DE ORDEN 4

- Ajustamos una distribución PH de orden 4.
- Las matrices paramétricas son

$$\alpha = (0,0,0.9174,0.8258), \quad T = \begin{pmatrix} -0.0076 & 0 & 0 & 0.0076 \\ 0.0076 & -0.0076 & 0 & 0 \\ 0 & & -0.0076 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0157 \end{pmatrix}$$

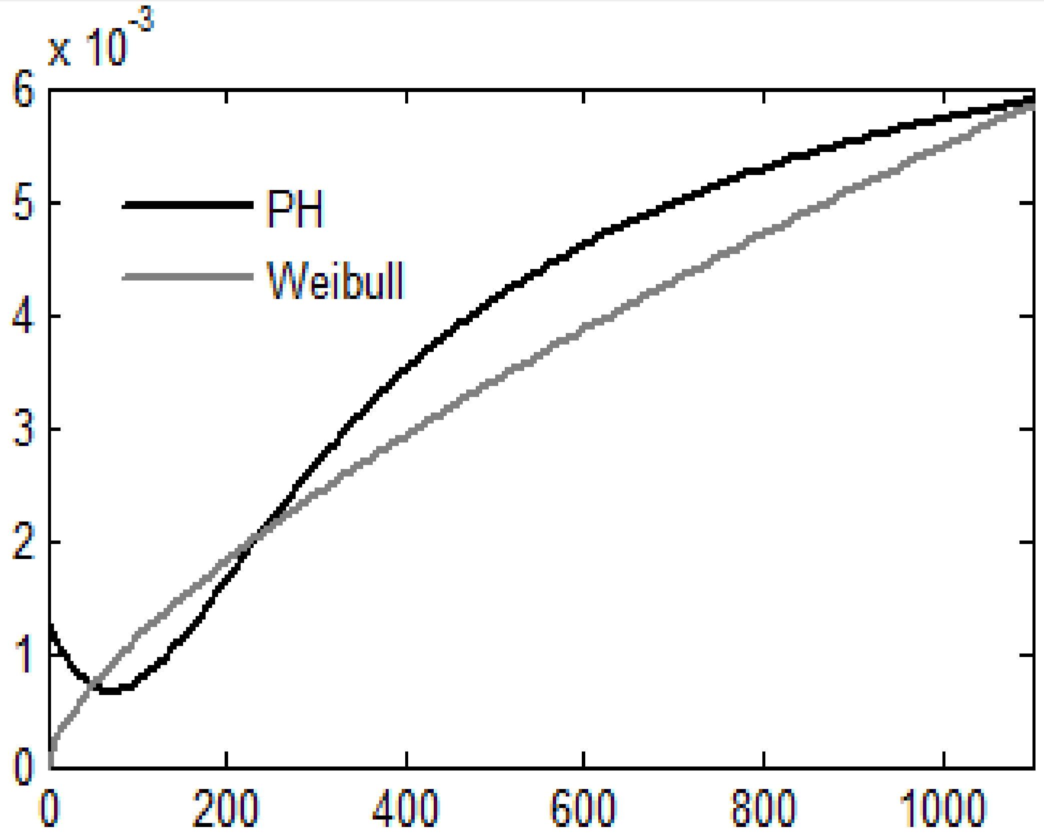
El ajuste se acepta a un nivel del 5%, siendo $D_{0.95}$ = 0.15111 > 0.10390 = valor experimental

FUNCIÓN DE SUPERVIVENCIA



Función escalonada: distribución empírica
Función continua: distribución PH ajustada

TASA DE FALLO



MUESTRA CONJUNTA C756-C870

- Se considera que las dos componentes son idénticas
- El total de fallos observados es de 72..
- La distribución Weibull ajustada tiene parámetros

$$\beta = 1.4112,\ \lambda = 493.5064$$

- En este caso, el test de Kolmogorov-Smirnov nos indica que se acepta el ajuste a un nivel del 5%, el valor experimental es de 0.09589 < $D_{0.95}$ = 0.16028.

PROBLEMAS DE AJUSTE

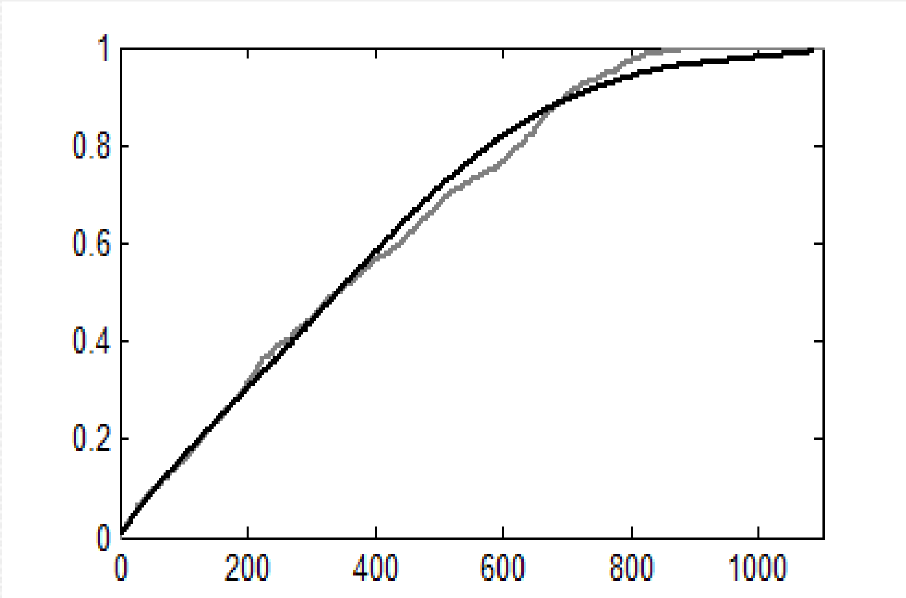
- En general, el ajuste de una distribución a unos datos de tiempo de fallo se hace comparando dos funciones teóricas con las correspondientes empíricas:

- La función de supervivencia
- La función tasa de fallo

- En este trabajo hemos comparado las dos, pero hemos estudiado el ajuste de la primera. La segunda no da buenos ajustes, probablemente porque el número de datos es pequeño.

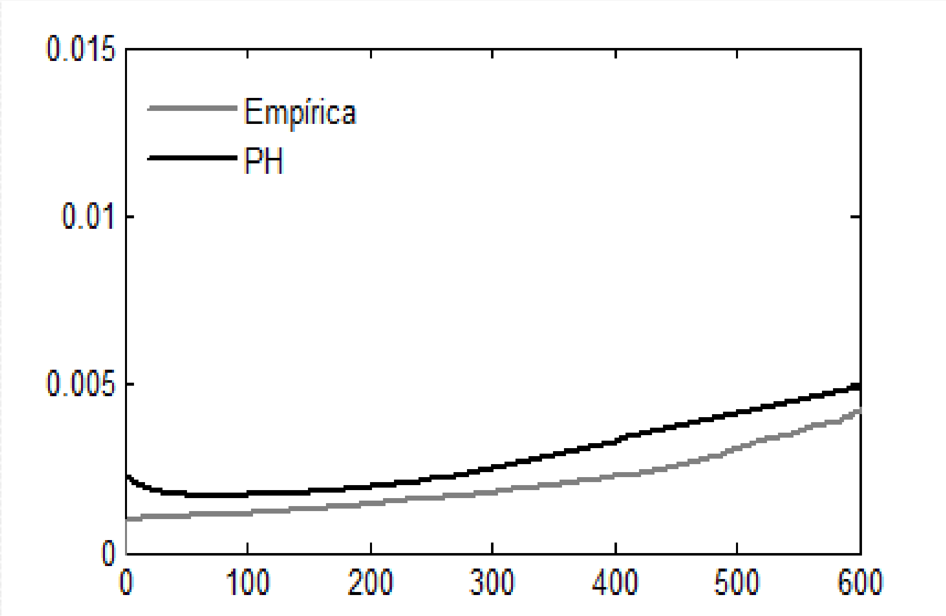
AJUSTE A 104 COMPONENTES

- El total de datos es de 1018.
- Estudiamos el ajuste de la función de supervivencia a una distribución tipo-fase de orden 6: se acepta al nivel del 5%.



AJUSTE DE LA TASA DE FALLO

- Tasas de fallo empírica y de la función distribución PH anterior.
- El ajuste no es aceptable (test de K-S).



- La tendencia de la tasa de fallo si se ajusta bien.

CONCLUSIONES

- Los ajustes Weibull y PH parecen ser apropiados para grandes conjuntos de datos.
- Para muestras pequeña falla la distribución Weibull.
- Las tasas de fallo constituyen un elemento clave para afinar el ajuste.
- Aumentando el número de fases mejora el ajuste a cualquier conjunto de datos.
- La novedad de las técnicas presentadas aquí tienen que ver con las distribuciones PH.

PROBLEMAS ABIERTOS

- En lugar de considerar el ajuste de una distribución a los tiempos de fallo, estudiar cómo ocurre la llegada de los fallos.
- El ajuste seria a la sucesión de tiempos de llegadas.
- Hay pocos modelos de llegadas: proceso de Poisson.
- Los modelos usuales consideran tiempos entre llegadas de fallos independientes.

CONSTRUCION DE UN MODELO

- Hay modelos de llegadas con dependencia de los tiempos entre llegadas.
- El ajuste de datos a estos modelos es un *problema abierto.*
- Construir un modelo para el conjunto de datos disponible, incluyendo las reparaciones:
  - **Número de fallos en un intervalo**
  - **Tiempos entre llegadas**
  - **Incluir costos asociados**
- Construir un modelo de choque y desgaste.