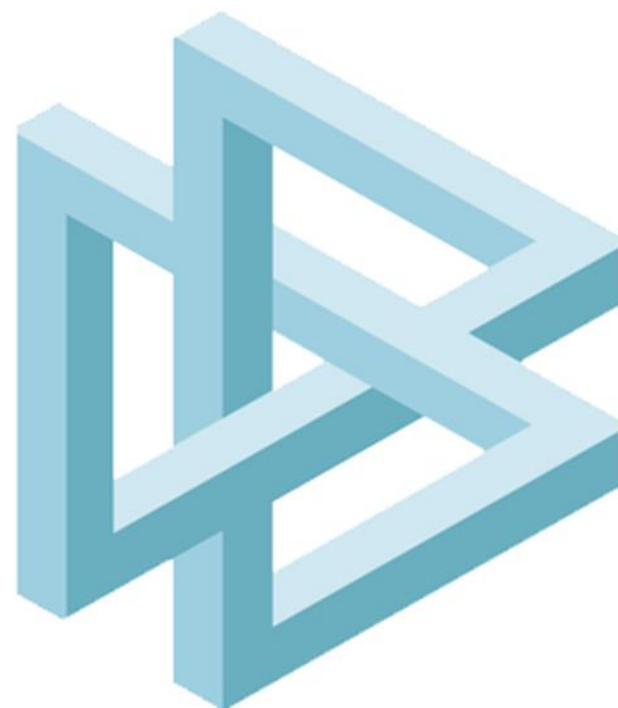




**XVII**

Congreso de  
**Confiablebilidad**

25 y 26 de noviembre de 2015. Bilbao





# **ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS MEDIDAS DE FIABILIDAD Y COSTES DE DOS MODELOS APLICADOS A UN MISMO CONJUNTO DE DATOS**

**Rafael Pérez Ocón**

Catedrático de Universidad

**Delia Montoro Cazorla**

Catedrático de Universidad

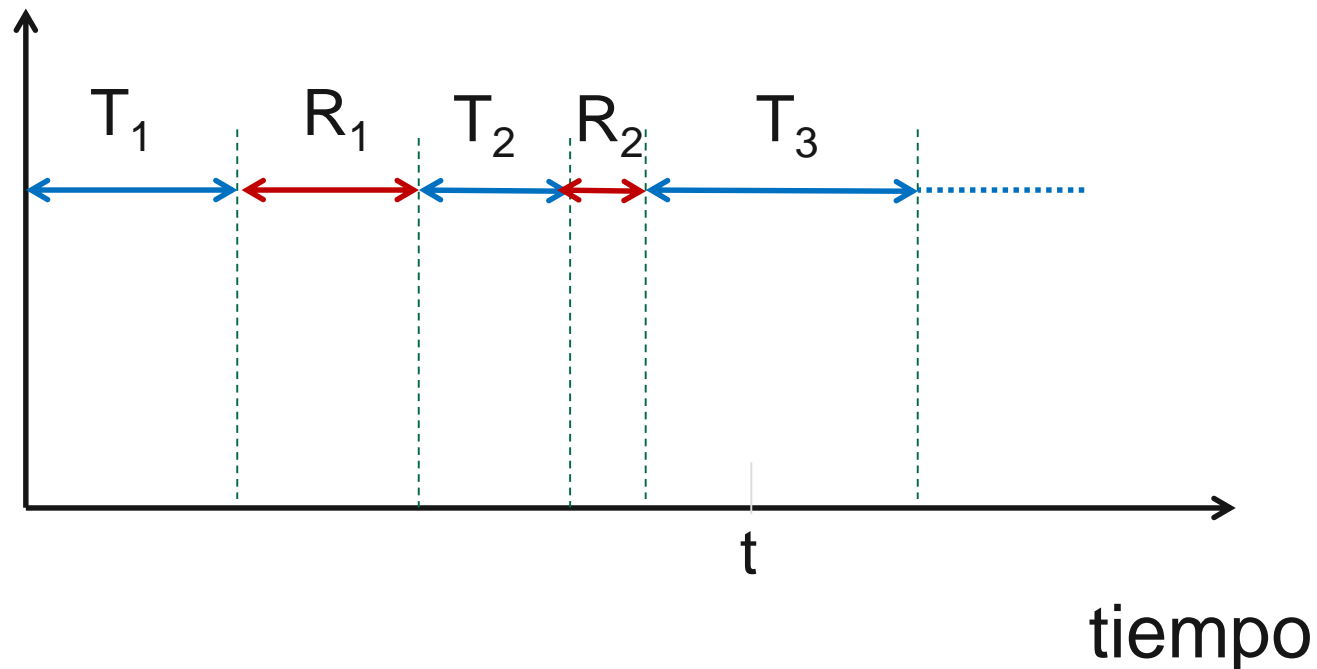
**Universidad de Granada**



## PRESENTACIÓN

Se dispone de datos de tiempos sucesivos de fallo y reparación de 292 dispositivos .

El diagrama de estos tiempos es el que sigue:





## DATOS DE LA MUESTRA

La muestra se obtiene de un total de 926 dispositivos iniciales.

Se seleccionan:

Los que fallan más de 12 veces en 2 años → total:  
405

De entre ellos los que fallan entre 6 y 12 veces el primer año → 292 (72,1%)

Se estudian solo los 5 primeros tiempos de fallo



## OBJETIVO DEL ESTUDIO

1. Consideramos dos clases de distribuciones
  - a) Exponencial
  - b) Tipo-fase
2. Se ajustan estas distribuciones a los tiempos operativos y de reparación
3. Aplicamos un modelo tomando cada una de estas como base (Tiempos operativos y de reparación)
4. Se calculan las medidas de rendimiento para cada uno (fiabilidad, disponibilidad, costes medios)
5. Se comparan los valores obtenidos



## DEFINICIONES

La fiabilidad tipo-fase es de la forma

$$R(t) = \alpha \exp(Tt)e, \quad t \geq 0$$

La fiabilidad exponencial es de la forma

$$R(t) = \exp(\lambda t)e, \quad t \geq 0$$

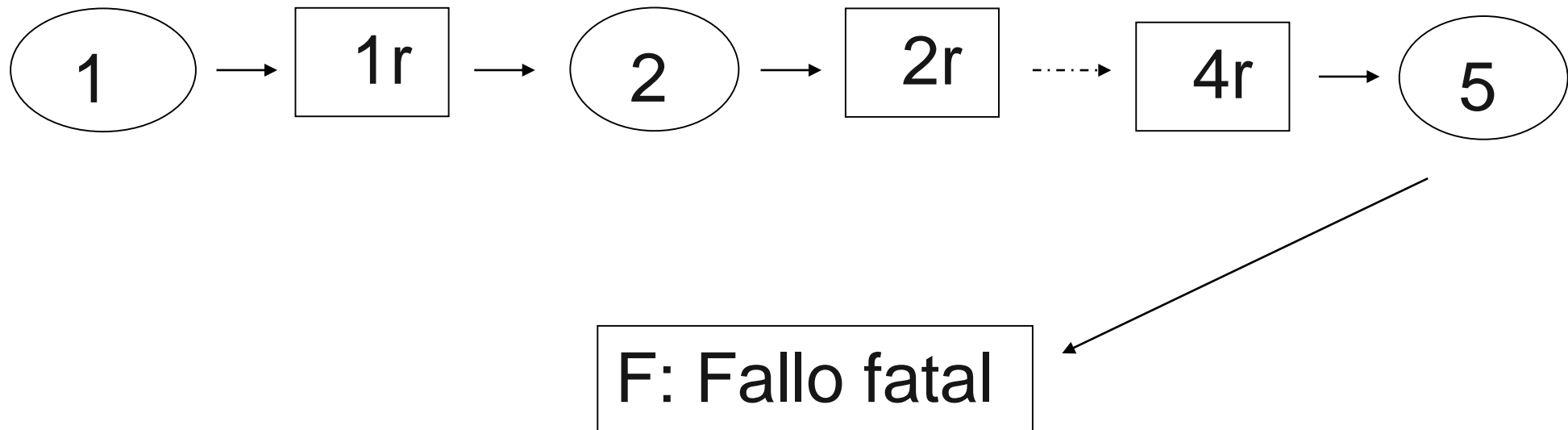
$\lambda$  es un parámetro

$T$  es una matriz

$\alpha$  es un vector fila (inicial)

$e$  es un vector columna de unos

## DIAGRAMA DE TRANSICIONES



Estados operativos  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Estados de reparación  $D = \{1, 2, 3, 4\}$



## EL MODELO

¿Qué modelo aplicar?

El modelo Markoviano 1

Ventajas:

1. Es aplicable a los dos casos (exponencial y tipo-fase)
2. Es de los más avanzados en fiabilidad<sup>1</sup>
3. Presenta las magnitudes de interés (disponibilidad, fiabilidad, etc) en forma algebraica





## DIFERENCIAS DE APLICACIÓN

¿Qué diferencias hay en la aplicación del modelo?

Diferencias:

1. En el caso exponencial el proceso de Markov es unidimensional
  2. En el caso tipo-fase el proceso de Markov es multidimensional
- ¡¡¡Pero las expresiones son las mismas!!!



## VARIABLES DEL MODELO

¿Cómo se ajusta un modelo Markoviano a un conjunto de datos?

Se ajustan las distribuciones designadas (exp y PH) a los tiempos operativos

$$TF_1, TF_2, TF_3, TF_4, TF_5$$

y a los tiempos de reparación

$$TR_1, TR_2, TR_3, TR_4$$



## APLICANDO EL MODELO EXPONENCIAL

Se ajustan a los datos observados de  $TF_i$ ,  $TR_j$ , distribuciones exponenciales.

Este es un procedimiento usual en Estadística.

1. Se supone que los datos de  $TF_i$  ( $RT_j$ ) siguen distribuciones exponenciales con parámetros  $\lambda_i$  ( $\mu_j$ )
2. Se estiman estos parámetros
3. Se comparan las distribuciones estimadas con las distribuciones empíricas construidas a partir de los datos.
4. Se mide la diferencia (test de ajuste)



## RESULTADOS

El test de ajuste rechaza la bondad del mismo al 95% en todos los tiempos operativos, excepto  $TF_2$ .

El test de ajuste rechaza todos los tiempos de reparación estimados.

Consecuencia:

El modelo exponencial que se aplique con estas distribuciones no es fiable.

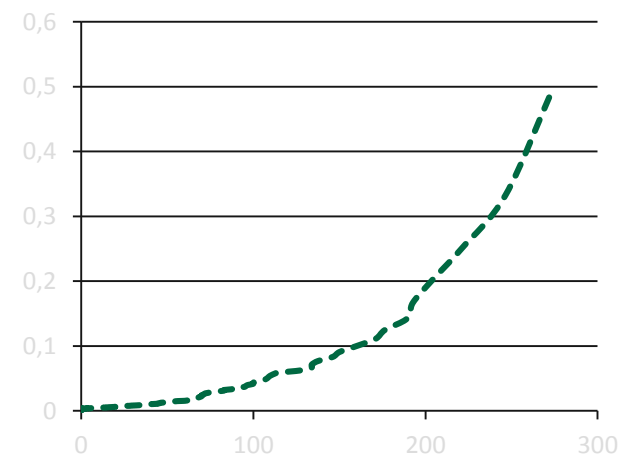
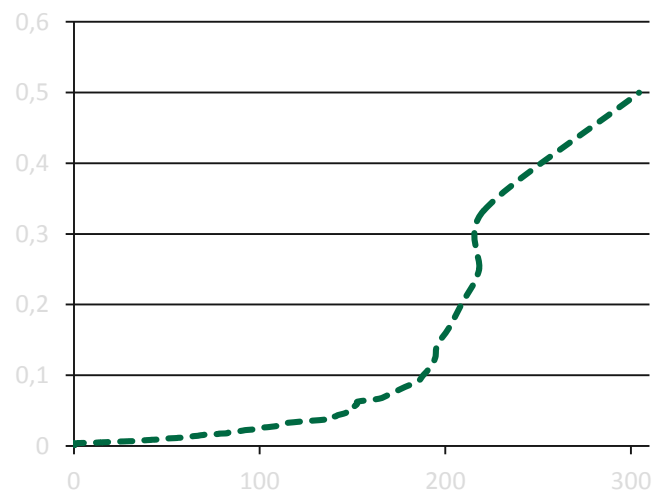


## COMENTARIOS

Las siguientes gráficas son las razones de fallo empíricas de los dos primeros tiempos de fallo.

Si los datos fueran exponenciales estas deberían ser constantes.

Es claro que el ajuste no es bueno.





## APLICANDO EL MODELO TIPO-FASE

Se ajustan a los datos observados de  $TF_i$ ,  $TR_j$ , distribuciones tipo-fase.

El ajuste se hace considerando el orden de las matrices por el investigador.

Normalmente se inicia el ajuste considerando matrices de orden 2.

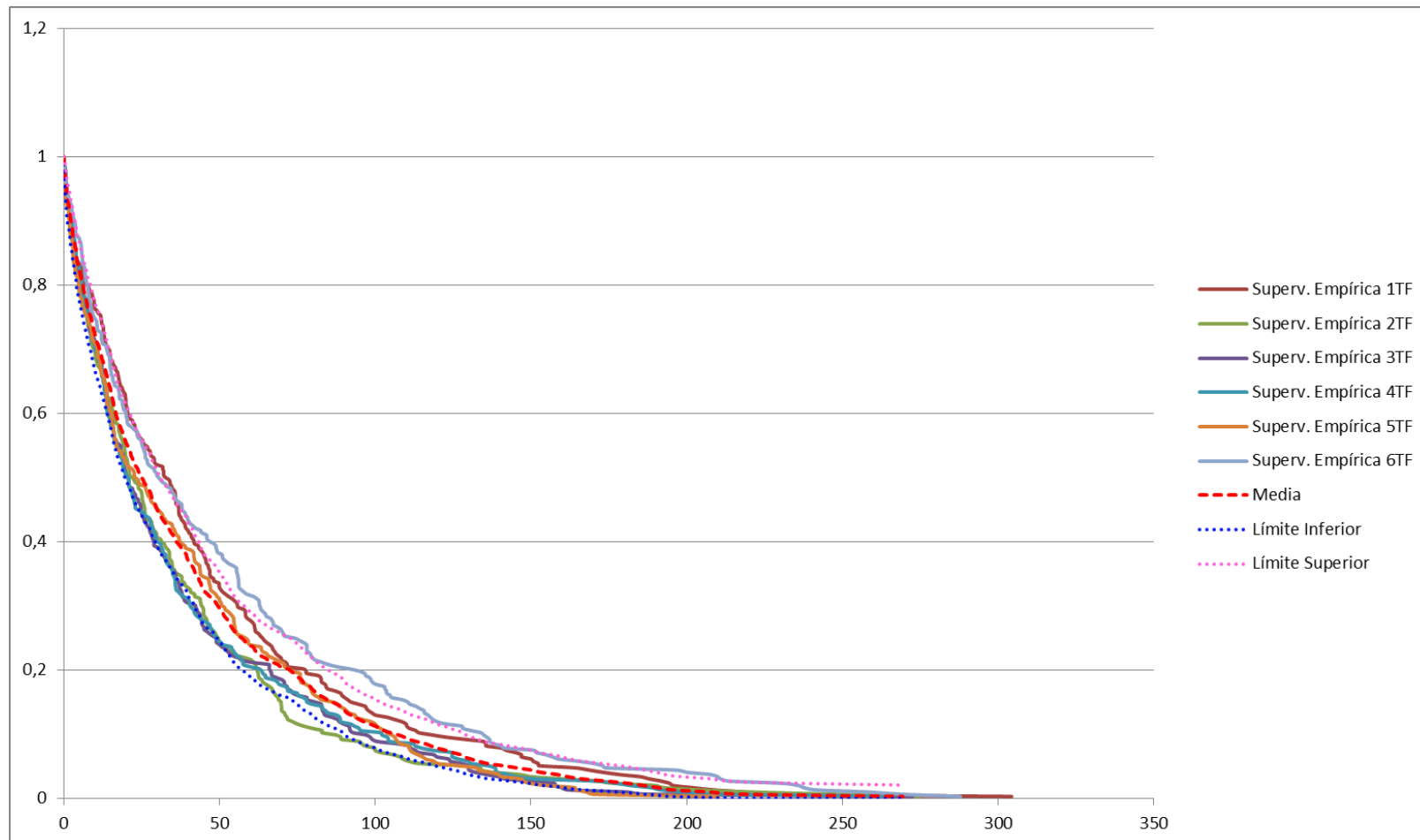
Si se ajustan ya tenemos la primera parte resuelta.

Si no, se aplica el procedimiento con matrices de orden 3, y así hasta que se ajuste.

Es un procedimiento más versátil.

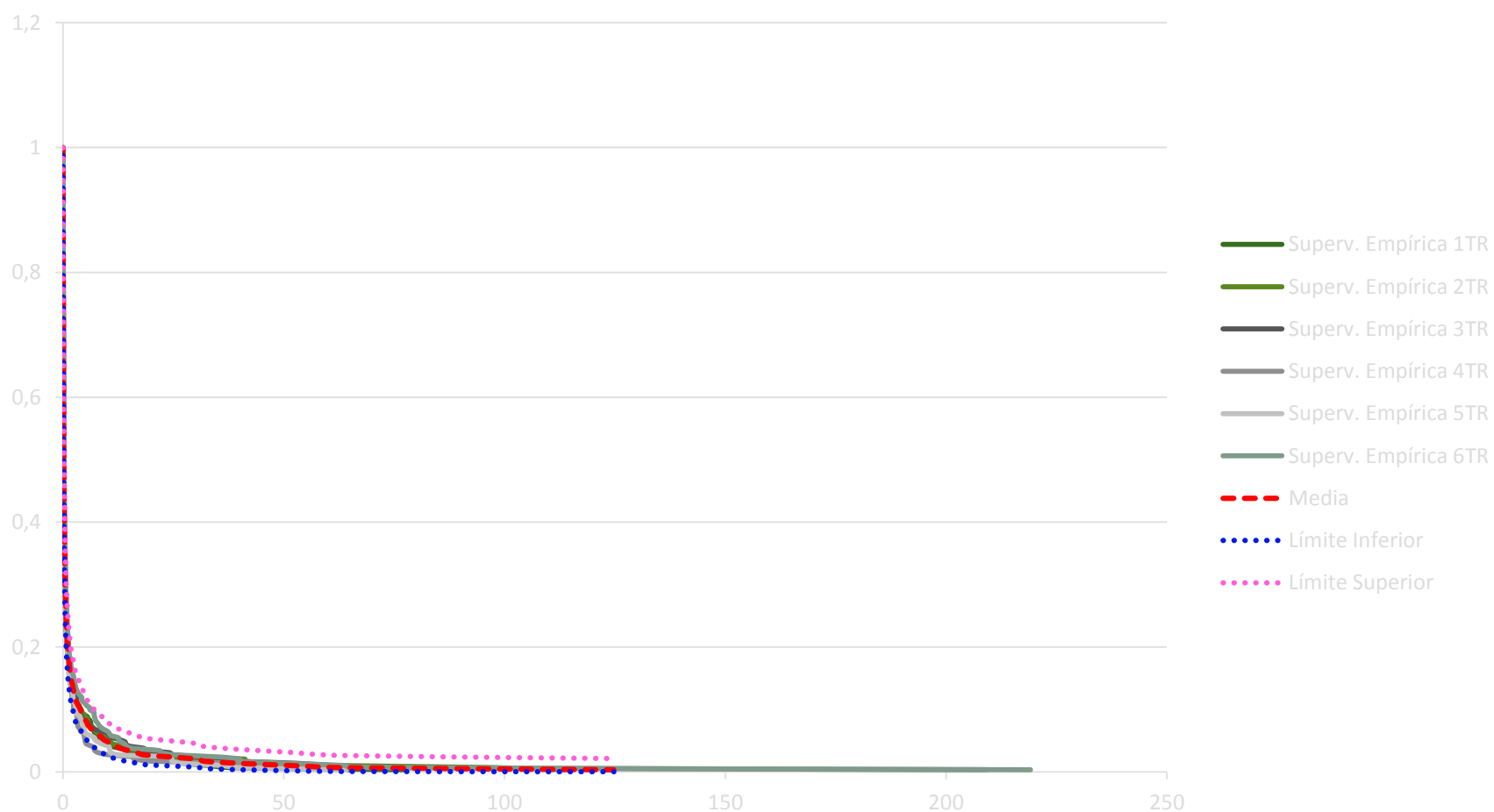


## GRÁFICAS EMPÍRICAS DE $TF_i$





## GRÁFICAS EMPÍRICAS DE TR<sub>j</sub>







## RESULTADOS

El test de ajuste acepta la bondad del mismo al 95% en todos los tiempos operativos (orden 6).

El test de ajuste no rechaza los tiempos de reparación estimados al 95% (orden 6).

Consecuencia:

Este modelo es más fiable que el exponencial.



## EL GENERADOR

- El conjunto de estados es  $E = \{1, 1r, 2, \dots, 4r, 5\}$
- Se elimina el estado F de fallo fatal.
- El proceso de Markov se denota

$X(t) =$  estado ocupado en el tiempo  $t$

- El generador está formado por las razones de cambio

$$Q = (q_{ij})$$



# EL MODELO EXPONENCIAL



## INTERPRETACIÓN

- El elemento  $q_{ij}$  denota la razón de cambio desde el estado  $i$  al estado  $j$ .
- Por ejemplo,
  - $q_{2,2r}$  es la razón  $\lambda_2$  que ha sido estimada
  - $q_{2r,3}$  es la razón  $\mu_2$  que ha sido estimada
- Los elementos del generador son las razones de cambio ordenadas.



## GENERADOR POR BLOQUES

- Por razones de cálculo se agrupan los estados y con ellos el generador se reorganiza

$$E = U \cup D$$

- El generador se reorganiza de la forma

$$Q = (q_{ij}) = \begin{pmatrix} Q_{UU} & Q_{UD} \\ Q_{DU} & Q_{DD} \end{pmatrix}$$



## PROBABILIDADES BÁSICAS

- El estado inicial es el 1.
- El generador (matriz)  $Q$  permite calcular las probabilidades de transición:

$$P(t) = \left( p_{ij}(t) \right) = \exp(Qt)$$

$$P_{UU}(t) = \exp(Q_{UU}t)$$

- Las probabilidades que hay que **calcular** son  $p_{1j}(t)$   
 $= P\{\text{ocupar el estado } j \text{ en el tiempo } t$   
 $\text{dado que inicialmente ocupa el estado } 1\}$



## MEDIDAS DE FIABILIDAD

La fiabilidad es el tiempo de fallo.

La disponibilidad en un intervalo (s,t) es de la forma

$$A(s, t) = \pi e^{Qs} M_U P_{UU}(t - s) E_U$$

$$M_U = \begin{pmatrix} I_{5 \times 5} \\ 0_{4 \times 5} \end{pmatrix} \quad E_U = (1_9) \quad \pi \text{ vector inicial (orden 9)}$$

La disponibilidad en el tiempo t es  $A(t) = \pi e^{Qs} M_U E_U$



## MEDIDAS DE FIABILIDAD MODELO TIPO-FASE

La fiabilidad es el tiempo de fallo.

La disponibilidad en un intervalo (s,t) es de la forma

$$A(s, t) = \pi e^{Qs} M_U P_{UU}(t - s) E_U$$

$$M_U = \begin{pmatrix} I_{30 \times 30} \\ 0_{24 \times 30} \end{pmatrix} \quad E_U = (1_{24}) \quad \pi \text{ vector inicial (orden 54)}$$

La disponibilidad en el tiempo t es  $A(t) = \pi e^{Qs} M_U E_U$





## TABLAS COMPARATIVAS: DISPONIBILIDAD Y FIABILIDAD

Disponibilidad en el tiempo t (días)

| t   | 30    | 60    | 120   | 150   | 180   | 240   | 300   | 360   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Exp | 0.952 | 0.938 | 0.986 | 0.689 | 0.542 | 0.297 | 0.139 | 0.059 |
| PH  | 0.943 | 0.904 | 0.841 | 0.637 | 0.520 | 0.313 | 0.170 | 0.080 |

Fiabilidad

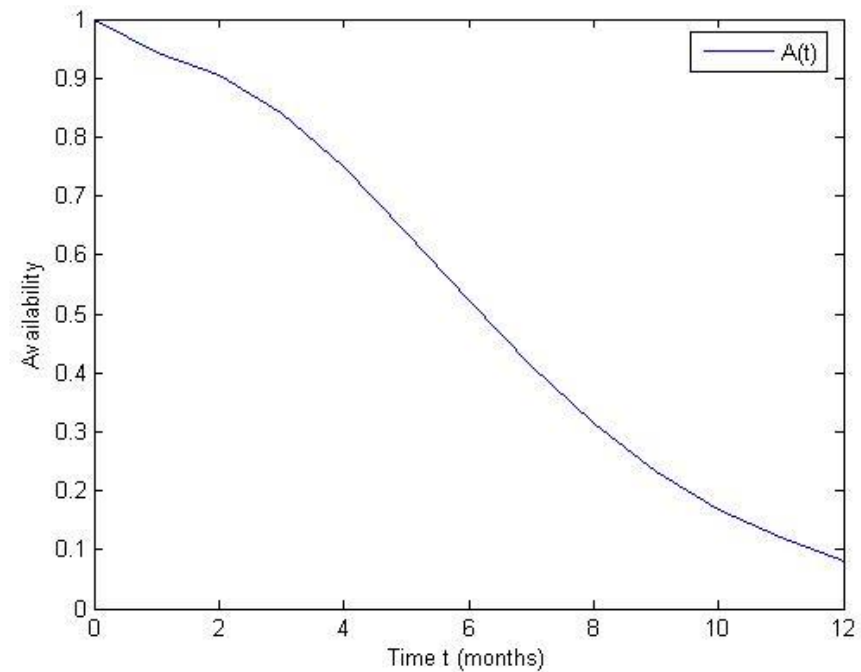
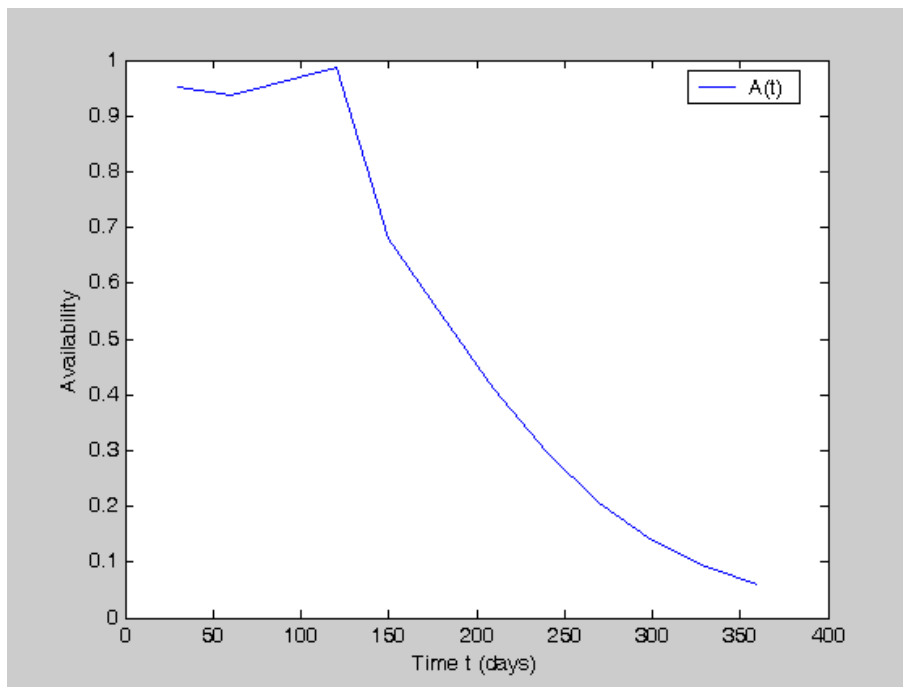
| t   | 30    | 60    | 120   | 150   | 180   | 240   | 300   | 360   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Exp | 0.523 | 0.281 | 0.079 | 0.042 | 0.022 | 0.006 | 0.002 | 0.000 |
| PH  | 0.516 | 0.285 | 0.086 | 0.047 | 0.022 | 0.008 | 0.002 | 0.006 |



## DISPONIBILIDAD: GRÁFICAS COMPARATIVAS

Disponibilidad exponencial

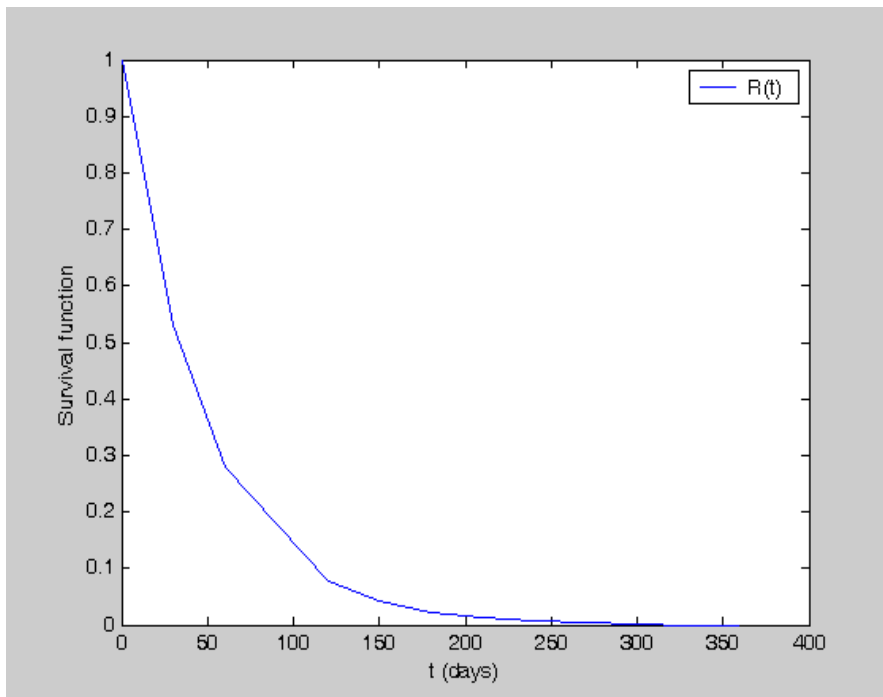
Disponibilidad tipo-fase



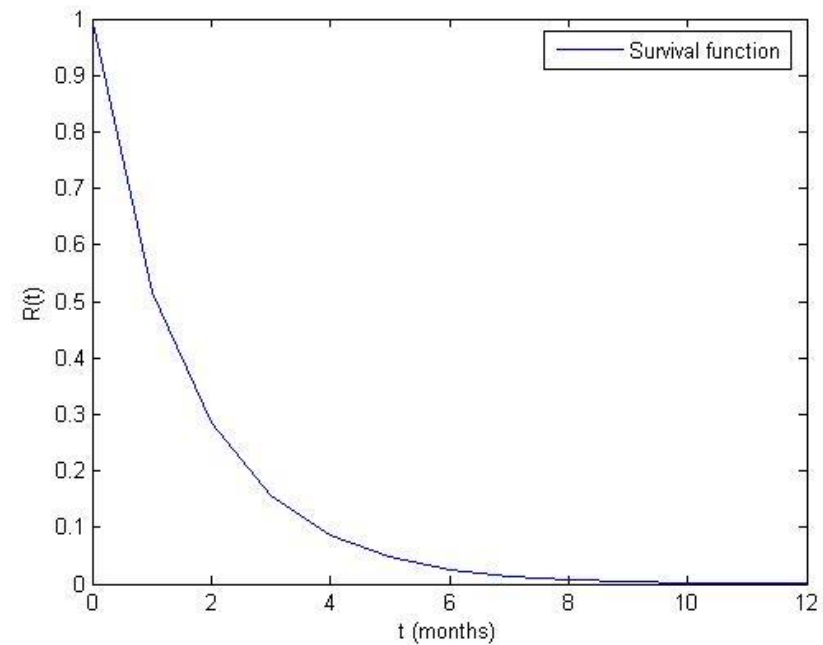


## FIABILIDAD: GRÁFICAS COMPARATIVAS

### Fiabilidad exponencial



### Fiabilidad tipo-fase





## TABLAS COMPARATIVAS: DISPONIBILIDAD EN INTERVALOS

Disponibilidad en intervalos

| <b>t</b>   | <b>[0,30]</b> | <b>[0,60]</b> | <b>[0,180]</b> | <b>[0,270]</b> | <b>[60,120]</b> | <b>[90,270]</b> |
|------------|---------------|---------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| <b>Exp</b> | 0.530         | 0.280         | 0.022          | 0.003          | 0.208           | 0.009           |
| <b>PH</b>  | 0.517         | 0.285         | 0.026          | 0.071          | 0.004           | 0.020           |



# COSTES



## COSTES

Se consideran costes por unidad de tiempo:

Coste operativo :  $C_o$

Coste de reparación :  $C_r$

Se calculan los costes medios en el ciclo operativo:

Hasta la ocurrencia del quinto fallo



## COSTES: TABLAS COMPARATIVAS

Costes medios  $C_o = 0$

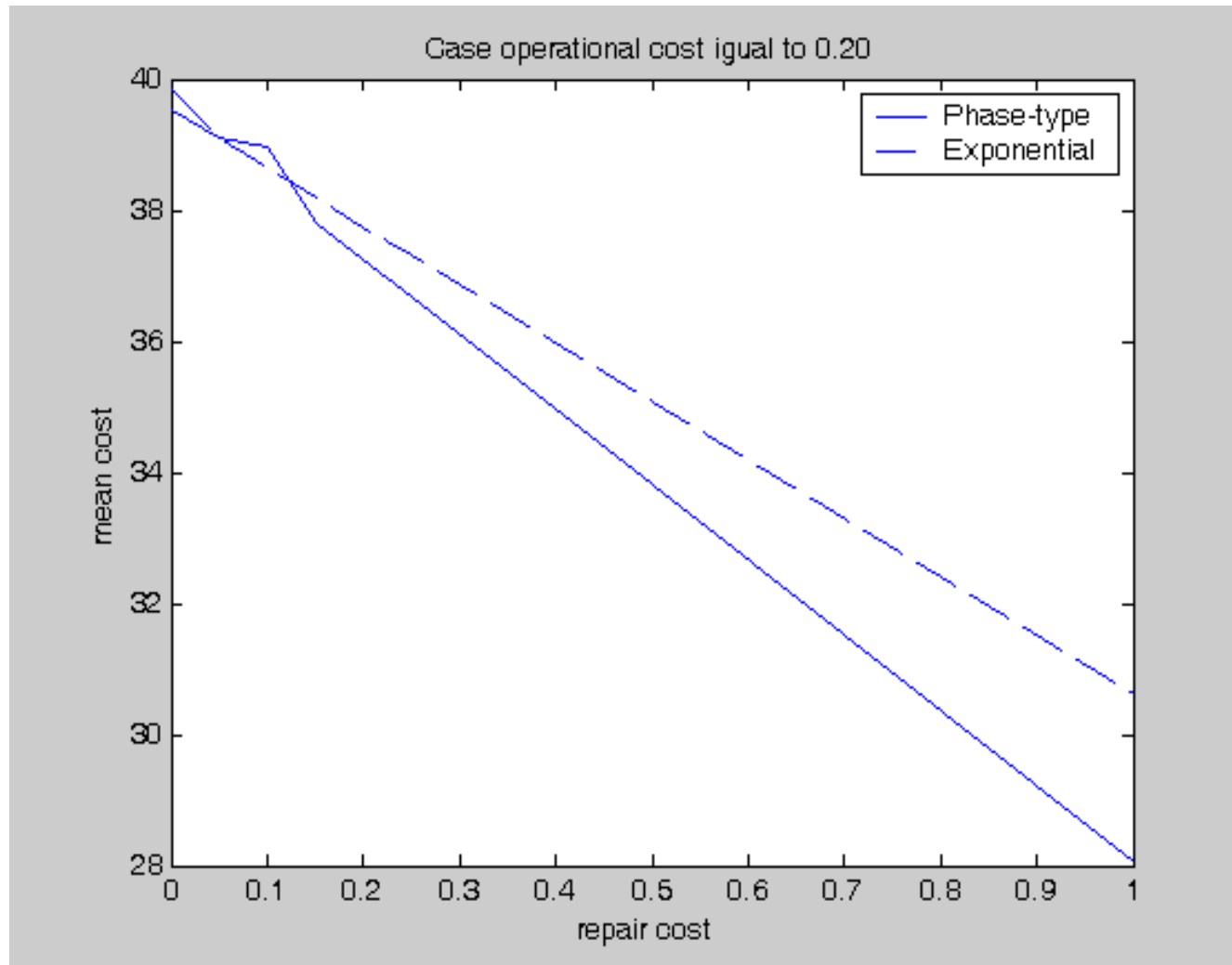
| $C_r$ | -0.05 | -0.10 | -0.15 | -0.20 | -0.25 | -0.50 | -1    |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Exp   | -0.45 | -0.90 | -1.34 | -1.78 | -2.23 | -4.45 | -8.90 |
| PH    | -0.44 | -1.15 | -1.72 | -2.30 | -2.87 | -5.74 | -11.5 |

Costes medios  $C_o = 0.2$

| t   | -0.05 | -0.10 | -0.15 | -0.20 | -0.25 | -0.50 | -1   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| Exp | 39.09 | 38.65 | 38.20 | 37.76 | 37.31 | 35.01 | 0.00 |
| PH  | 38.97 | 38.39 | 37.82 | 37.25 | 36.67 | 33.80 | 0.01 |



## COSTES: GRÁFICAS COMPARATIVAS $C_0 = 0.2$







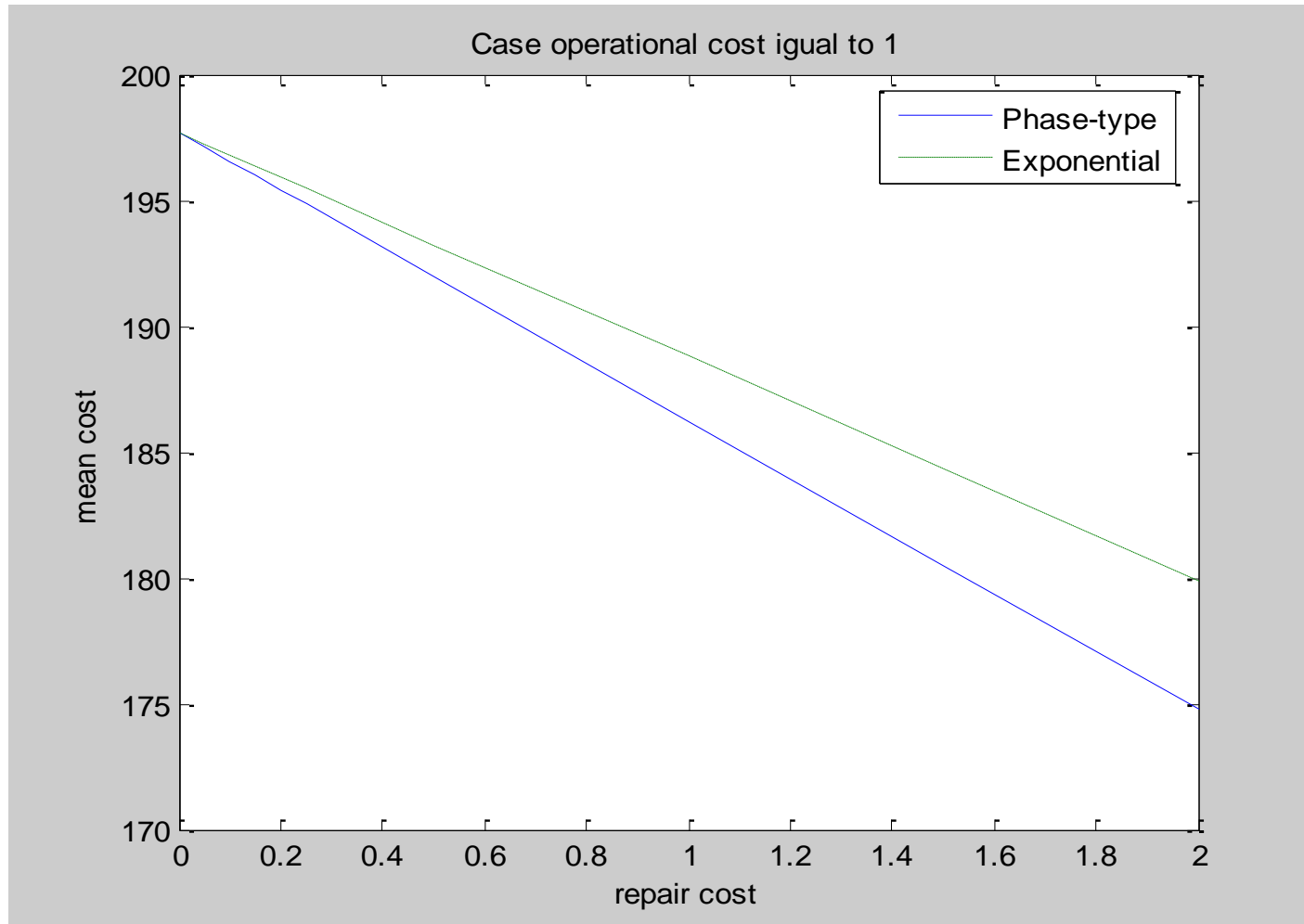
## COSTES: TABLA COMPARATIVAS

Coste medio  $C_0 = 1$

| $C_r$ | -0.05  | -0.10  | -0.15  | -0.20  | -0.25  | -0.50  | -1     |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Exp   | 197.24 | 196.80 | 196.35 | 195.90 | 195.46 | 193.24 | 188.79 |
| PH    | 197.13 | 196.56 | 195.99 | 195.41 | 194.84 | 191.97 | 186.22 |



## COSTES: GRÁFICAS COMPARATIVAS $C_0 = 1$





**Muchas gracias por su  
atención**